ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОЛУПРОВОДНИКОВ И ДИЭЛЕКТРИКОВ.

ЛЕКЦИЯ 1.

Основные темы курса:
1. Оптические эффекты в прозрачном материале, нелинейные оптические эффекты.
2. Понятие об излучении электромагнитного поля (ЭМП), принцип работы лазера, свойства лазеров.
3. Фотоэлектрические явления в веществе. Тоннельный эффект.
4. Внутренняя структура твёрдых тел. Понятие о наноструктурных материалах.

Тематика лабораторных работ (3 л.р. на студента):
1. Изучение нелинейных эффектов в оптически прозрачном материале. Вынужденное рассеяние Мандельштама-Бриллюэна.
2. Изучение свойств активной лазерной среды. Статистические распределения электронов.
3. Изучение модового состава поля. Тоннельный эффект в полупроводниках.

Базовая литература по курсу (15 лекций, зачёт на 16-ой лекции):
1. Матвеев А.И. Оптика. 1985 г.
2. Ярив Г. Квантовая электроника и нелинейная оптика. 1988 г.
3. Епифанов Г.И. Физика твёрдого тела. 1975 г.

Отметим, что в настоящем курсе имеет место частичное повторение материала с текущими или ранее читавшимися курсами. Данный **предмет** представляет **физическую направленность** и ставит целью дать **основы физического представления** явлений, происходящих в системах телекоммуникаций.

ПОНЯТИЕ «ВОЛНА», ЭМ и АКУСТИЧЕСКИЕ волны.

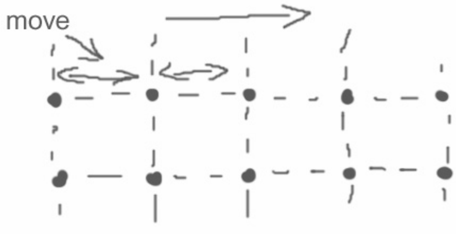
Волновой процесс характеризуется **периодическим изменением** физической величины (в общем случае не обязательно по гармоническому закону) **со временем и** передачей (**распространением**) этого изменения **в пространстве**.

В основном волновой процесс – гармоническое изменение физической величины.

В **нелинейном случае** кроме первой **появляются высшие гармоники** и имеет место отклонение колебаний от гармонического закона.

Принципиальное отличие ЭМ и акустических волн:

Акустическая волна – распространение в пространстве механического движения частиц вещества. Если при своём механическом движении частица приводит в движение соседние частицы, то **возникает общее движение частиц** в виде волны. В этом случае **меняющаяся физическая** величина – **координата частицы**.



В этом случае **направление изменения** этой **физической величины** (коорд. частицы) и **направление распространения волны совпадают**. Волна не имеет поляризации.

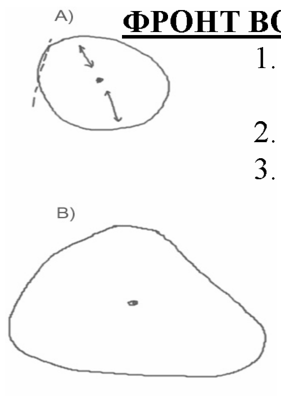
Электромагнитная волна – это процесс распространения ЭМ поля в пространстве.

Меняющаяся со временем физическая величина – **амплитуда электрического** и **амплитуда магнитного полей**. Направления изменения этих физических величин перпендикулярны направлению движения волны.

Имеет физический смысл говорить о том, *каким образом ориентированы изменения* dE/dt и dH/dt в пространстве. *Это и определяет поляризацию ЭМ волны*.

Формализованная запись волнового процесса: $U = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t - \vec{k} \cdot \vec{r})$.

$\left|\vec{k}\right| = \dfrac{2\pi}{\lambda}$, - модуль волнового вектора; $\omega = 2\pi \cdot f$, - круговая частота; $f = 1/T$, - линейная частота, и $\lambda = c \cdot T$ – длина волны (длина периода волновых колебаний).



<u>ФРОНТ ВОЛНЫ</u> – поверхность равной фазы. Волновой фронт может быть:

1. **Сферический** - имеющий место в изотропном пространстве, которое имеет одинаковые свойства по всем направлениям;
2. **Плоский** – короткий участок сферического фронта;
3. *Поверхность фронта подчинена какой-либо функциональной зависимости* – **гауссов фронт**, и т.д., т.е. на распространение волны влияет свойства среды, не одинаковые по всем направлениям. Такой фронт имеет место в случае пространственной анизотропии.

<u>Физические свойства волн:</u>

1. Отражение и преломление,
2. Суперпозиция – сложение с учётом **фазы**, **направления волнового вектора** в пространстве, и **направления поляризации**. Это свойство именуется также интерференцией волн.
3. Свойство распространения как от первичных, так и вторичных источников. Это свойство именуется **дифракцией**. Свойство дифракции позволяет менять направление распространения волны (направл. волнов. вектора) в процессе распространения и ОГИБАТЬ ПРЕПЯТСТВИЯ.

Важный результат свойства ИНТЕРФЕРЕНЦИИ – *<u>создание стоячей волны</u>*.

Интерференция возможна в:

1. малой области пространства: $r \ll \lambda$,
2. в значительной по размерам области пространства: $r \sim \lambda$, $r > \lambda$.
3. Случай $r \gg \lambda$ не имеет места на практике из-за *<u>ограниченной когерентности</u>* любой волны. Когерентность является необходимым условием для создания устойчивой интерференционной картины.

Интерференция на плоскости – проекция пространственной интерференционной картины на экран

<u>Когерентность</u> – это свойство *приблизительного соответствия частот* и *амплитуд* интерферирующих волн, *а также медленного изменения фазы* ($\Delta\phi/\Delta t << f$).

Иными словами - *<u>фаза волны не должна меняться скачком</u>*. Это имеет место в среде с плавно меняющимися характеристиками (в отсутствии границ раздела, и т.д.).

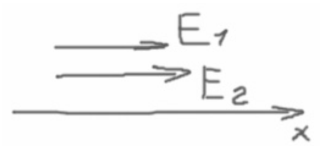
<u>Базовые подходы к моделированию физических процессов с учётом волн:</u>

1. *Лучевой подход* (метод геометрической оптики – $\lambda << r$),
2. *Волновой подход* ($\lambda < r$ и $\lambda \sim r$),
3. *Квантовый подход* ($\lambda > r$).

<u>Сложение ЭМ волн.</u>

Пусть имеются две однонаправленные волны: $E_1 = E_{01}\cdot\cos(\omega_1\cdot t - k_1\cdot x)$, и

$E_2 = E_{02}\cdot\cos(\omega_2\cdot t - k_2\cdot x)$,



Суммарная напряжённость поля в области со-направленного распространения волн имеет вид (пусть $E_{01} \cong E_{02}$):

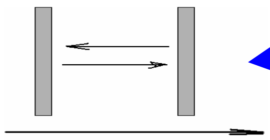
$$E = E_1 + E_2 = E_0\cdot(\cos(\omega_1\cdot t - k_1\cdot x) + \cos(\omega_2\cdot t - k_2\cdot x)) = 2E_0\cdot \cos\left[\frac{\omega_1-\omega_2}{2}\cdot t - \frac{k_1-k_2}{2}\cdot x\right]\times$$

$$\times\cos\left[\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\cdot t - \frac{k_1+k_2}{2}\cdot x\right]$$

Результат такого сложения представляется в виде *<u>БИЕНИЙ</u>*:

Важным понятием в области интерференции и сложения ЭМ волн является понятие *<u>СТОЯЧИХ ВОЛН</u>* – результат пространственной интерференции.

Явление **стоячих волн** возникает из-за *противоположного распространения* (например, в резонаторе) близких по параметрам волн:



Полупрозрачные зеркала, ИФП, коэффициенты отражения, резонатор, добротность резонатора, зависимость добротности от коэффициентов отражения

Прямая волна: $E_{пр} = E_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x)$, обратная волна: $E_{обр} = E_0 \cdot \cos(\omega \cdot t + k \cdot x + \delta)$,

Аналогично предыдущим выкладкам получаем результат сложения:

$$E = E_1 + E_2 = 2E_0 \cdot \left(k \cdot x + \frac{\delta}{2}\right) \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \frac{\delta}{2}\right).$$

Черты, отличающие бегущую и стоячую волны:

1. Видно, что **отсутствует сомножитель t ± x/c** – обеспечивающий *изменение фазы* колебаний на протяжении волны. Так **вся стоячая волна есть поверхность равной фазы**.
2. Сомножитель $(k \cdot x + \delta/2)$ характеризует амплитуду колебаний в точке x.

Таким образом, *напряжённость поля* во всех точках пространства, занятого стоячей волной, **изменяется с одинаковой частотой**.

ВОЛНОВЫЕ ПАКЕТЫ

Волновой пакет – результат устойчивого сложения двух волн.

Рассмотрим сложение двух волн: $E_1 = E_0 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t - k_1 \cdot x)$ и $E_2 = E_0 \cdot \cos(\omega_2 \cdot t - k_2 \cdot x)$,

Волновой пакет будет существовать и **устойчиво распространяться** в пространстве, если его **фазовая скорость будет неизменна**: $\omega \cdot t - k \cdot x = const$

Скорость движения волнового пакета = скорости движения *огибающей* ≡ групповая скорость

ГРУППОВАЯ СКОРОСТЬ = $\dfrac{d\omega}{dk}$

ФАЗОВАЯ СКОРОСТЬ – это скорость движения поверхности равной фазы и $v_Ф = \dfrac{dx}{dt}$

Исходя из того, что рассматривалось по отношению к сложению волн, можно записать:

$$E = E_1 + E_2 = 2E_0 \cdot \cos\left[\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \cdot t - \frac{k_1 - k_2}{2} \cdot x\right] \times \cos\left[\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \cdot t - \frac{k_1 + k_2}{2} \cdot x\right]$$

Параметры ω_1, k_1, ω_2 и k_2 в данном случае таковы, что результат сложения имеет вид:

Волновой пакет будет распространяться устойчиво, если $\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \cdot t - \frac{k_1 - k_2}{2} \cdot x = const$

После дифференцирования
по времени получаем: $v_\Phi = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\left|\vec{k}_1\right| - \left|\vec{k}_2\right|}$

Если **отсутствует дисперсия** (про дисперсию – на следующей лекции), т.е. **вещество**, в котором движется волновой пакет, **обладает одинаковыми свойствами** для **разных длин** волн, то <u>ФАЗОВАЯ СКОРОСТЬ = ГРУППОВОЙ СКОРОСТИ</u>

Можно ещё и так сказать:
<u>Групповая скорость – это скорость совместного движения составляющих слагаемых.</u>

При **наличии дисперсии** разные слагаемые **движутся с разными скоростями** и **форма** (огибающая) волнового пакета **меняется со временем**.

ВИДЫ ПОЛЯРИЗАЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

1). **Плоско-поляризованные** волны – вектор E (и H) в процессе распространения остаётся в одной плоскости,

2). **Круговая** или **эллиптическая** поляризация – конец вектора E описывает эллипс или круг в процессе распространения волны.

*<u>Эллиптическая поляризация</u> – результат сложения плоско-поляризованных волн, распространяющихся **в одном направлении**, имеющих **близкие амплитуды** и некоторый **сдвиг фаз δ между колебаниями**:*

$E_1 = E_{01}\cdot\sin(\omega\cdot t - k\cdot x)$,
$E_2 = E_{02}\cdot\sin(\omega\cdot t - k\cdot x + \delta)$,

Перепишем второе выражение: $E_2 = E_{02}\cdot\sin(\omega\cdot t - k\cdot x)\cdot\cos(\delta) + E_{02}\cdot\cos(\omega\cdot t - k\cdot x)\cdot\sin(\delta)$

Из первого выражения можно записать: $\frac{E_1}{E_{01}} = \sin(\omega\cdot t - k\cdot x)$, подставим:

$$E_2 = E_{02}\cdot\frac{E_1}{E_{01}}\cdot\cos(\delta) + E_{02}\cdot\sin(\delta)\cdot\sqrt{1 - \frac{E_1^2}{E_{01}^2}}$$

После того, как разделим на E_{02}, получаем: $\frac{E_2}{E_{02}} = \frac{E_1}{E_{01}}\cdot\cos(\delta) + \sin(\delta)\cdot\sqrt{1 - \frac{E_1^2}{E_{01}^2}}$

Переносим первое слагаемое в левую часть: $\frac{E_2}{E_{02}}$ - $\frac{E_1}{E_{01}}\cdot\cos(\delta) = \sin(\delta)\cdot\sqrt{1-\frac{E_1^{\ 2}}{E_{01}^{\ 2}}}$ и далее возводим всё выражение в квадрат. После чего получаем:

$$\frac{E_2^{\ 2}}{E_{02}^{\ 2}} - 2\cdot\frac{E_1}{E_{01}}\cdot\frac{E_2}{E_{02}}\cdot\cos(\delta) + \frac{E_1^{\ 2}}{E_{01}^{\ 2}}\cdot\cos^2(\delta) = \sin^2(\delta)\cdot\left[1-\frac{E_1^{\ 2}}{E_{01}^{\ 2}}\right]$$

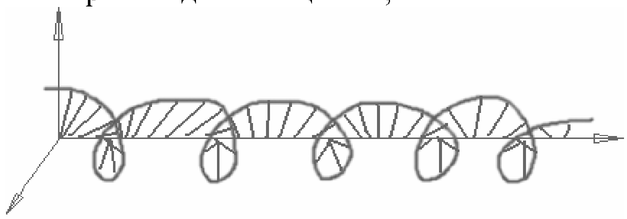
Раскрывая квадратные скобки под знаком синуса в правой части выражения, перенося в левую часть дробь и объединяя слагаемые $\frac{E_1^{\ 2}}{E_{01}^{\ 2}}\cdot\cos^2(\delta)$ и $\frac{E_1^{\ 2}}{E_{01}^{\ 2}}\cdot\sin^2(\delta)$, получаем:

$$\frac{E_2^{\ 2}}{E_{02}^{\ 2}} - 2\cdot\frac{E_1}{E_{01}}\cdot\frac{E_2}{E_{02}}\cdot\cos(\delta) + \frac{E_1^{\ 2}}{E_{01}^{\ 2}} = \sin^2(\delta) \qquad (1)$$

Если параметр δ (= ±π/2) таков, что **cos(δ) = 0** и одновременно **sin(δ) = ± 1**

То уравнение (1) представляет эллипс. Если дополнительно $\mathbf{E_{01} = E_{02}}$ – то окружность.

Появление параметра δ ≠ 0 происходит в веществе, волна как-бы «поворачивается»:



Всё остаётся справедливым и наоборот: любую **волну с круговой** или **эллиптической** поляризацией можно разложить **на две составляющие с линейной поляризацией**.

Вопрос: почему рассмотрение ведётся относительно *E*, а не относительно *H*, и все опто-электронные приборы реагируют на электрическую составляющую, а не на магнитную ?

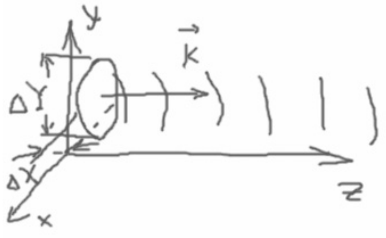
ЛЕКЦИЯ 2.

РАССЕЯНИЕ СВЕТА

<u>**Рассеяние света**</u> – это *перераспределение световой энергии* (относительно её первоначального состояния) *с изменением параметров излучения*:

1. направления волновых векторов, $\Rightarrow$ появление Δk,
2. частоты ω $\Rightarrow$ появление $\Delta\omega$.

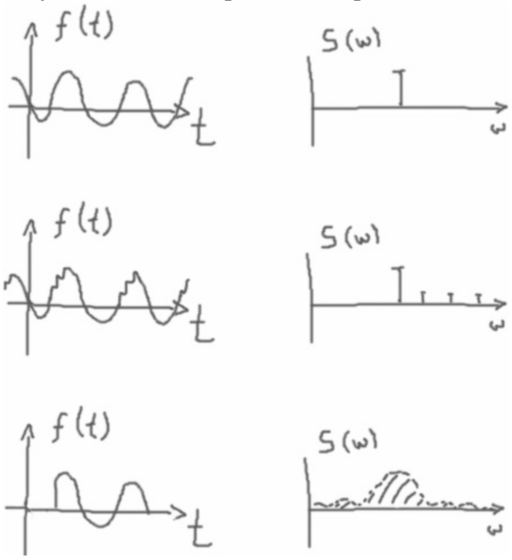
Случай <u>$\Delta k = 0$ и $\Delta\omega = 0$</u> справедлив только для <u>*неограниченной в пространстве*</u> (а значит и во времени) <u>*волны с плоским фронтом*</u>.



✓ <u>*Ограничения по координате z*</u> («обрыв» волны) приводит к немонохроматичности $\Rightarrow$ $\Delta\omega$.

✓ Неплоскость фронта или <u>*ограничения по координатам x и y*</u> $\Rightarrow$ к конечной ширине волновых чисел Δk_x и Δk_y.

Появление <u>$\Delta\omega$ связано с уширением спектра излучения</u> из-за «усложнения» вида функции. Это непосредственно следует из Фурье-анализа: бесконечная синусоида имеет единственную гармонику – она же сама ею и является; «отрезок» синусоиды – как единичный импульс имеет строго говоря бесконечно много гармоник:



<u>*Напомним:*</u>

1. бесконечная по времени **гармоническая функция** имеет одну гармонику в частотной области,
2. **периодическая негармоническая функция** имеет ограниченный линейчатый спектр,
3. **непериодическая функция** – т.е. одиночный импульс (прямоугольный, синусоидальный или любой другой) имеет бесконечный сплошной спектр. Сосредоточение спектральной энергии зависит от формы этого импульса – чем дальше форма от периодической, тем более распределена спектральная энергия по частотам.

<u>Критерий квазимонохроматичности: $\Delta\omega \ll \omega$</u>

Волна **с конечным** (не равным нулю) поперечным сечением пучка **не может** распространяться **строго в одном направлении**, характеризующимся $\vec{k}$. Обязательно имеет место разброс $\Delta\vec{k}_x$ и $\Delta\vec{k}_y$, что и приводит к дифракции.

Для получения критерия квазиплоской волны представим энергию волны (Э) в виде интеграла Фурье:

$$Э(x,y,z,t)=\frac{1}{(2\pi)^4}\cdot\int\limits_x\int\limits_y\int\limits_z\int\limits_\omega E(k_x,k_y,k_z,\omega)\cdot\exp\left[-j\cdot\left(\omega t-\vec{k}\cdot\vec{r}\right)\right]\cdot dk_x\cdot dk_y\cdot dk_z\cdot d\omega$$

E – амплитуда волны

Очевидно, что интеграл должен быть сходящимся.

Это возможно (при *конечном не равном нулю* значении *амплитуды E* и *одновременно бесконечном направлении z*, вдоль которого распространяется волна):

1. **область пространства**, по которой берутся интегралы, **очень мала**, при этом **распределение амплитуды** по направлениям $\vec{k}$ **является произвольным**, и
2. **область пространства**, в котором расположена волна и по которому берутся интегралы – **является произвольной**, но амплитуда E **отлична от нуля** лишь в **узком интервале** чисел: $\Delta\vec{k}_x$ и $\Delta\vec{k}_y$ вблизи значений $k_x = 0$ и $k_y = 0$.

Если $|2\Delta k_x| << k_z$ и $|2\Delta k_y| << k_z$ - волна КВАЗИПЛОСКАЯ.

Под вектором $\vec{k}$ понимается средний волновой вектор.

Условие, когда можно произвольный фронт заменить ПЛОСКИМ фронтом:

Линейные размеры участка фронта должны быть меньше ширины (длины) когерентности:

$r \sim l_{ког}$ или $r < l_{ког}$

Длина когерентности – расстояние, на котором сохраняется когерентность.

Время когерентности $\tau_{ког} = l_{ког} / c$.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ДИЭЛЕКТРИКАХ

Рассмотрим случай, когда *относительная диэлектрическая проницаемость* ε *не зависит от координат и является постоянной*.

Вектор электрической индукции в диэлектрике: $\vec{D}=\varepsilon\cdot\varepsilon_0\cdot\vec{E}$

В немагнитной среде фазовая скорость волн $v_Ф=\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}=\dfrac{c}{n}$

$n=\sqrt{\varepsilon}$ - коэффициент преломления прозрачного диэлектрика относительно вакуума.
и $\lambda = v_Ф \cdot T$.

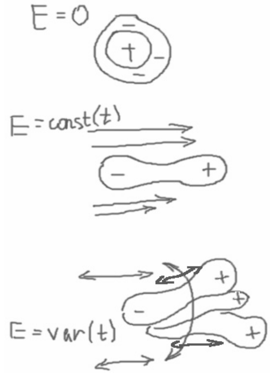
Среднее значение плотности потока энергии: $\langle П\rangle=\dfrac{1}{2}v_Ф\cdot\left(\vec{E}\cdot\vec{D}+\vec{B}\cdot\vec{H}\right)$ или

$$\langle \Pi \rangle = \frac{v_\Phi \varepsilon \varepsilon_0 E_0^{\ 2}}{2}$$

ВАЖНЕЙШЕЕ ФИЗИЧЕСКОЕ СВОЙСТВО прозрачных диэлектриков - **дисперсия**:

Зависимость фазовой скорости распространяющейся волны от частоты этой волны

Это есть *следствие завис*В отсутствии внешнего электрического поля положительный и (не равной нулю) *массы* отрицательный центры молекулы совмещены.



При наличии электростатического поля получается диполь - молекула меняет форму – положительный центр смещается относительно отрицательного. Молекула **ПОЛЯРИЗУЕТСЯ**.

Если эл. поле меняется со временем, то и молекула участвует *одновременно в двух движениях*: **меняет свою поляризацию** и одновременно **поворачиваясь вокруг оси момента инерции**.

Какое из движений преобладает – зависит от частоты изменения $E(t)$, т.е. от частоты поля.

Очевидно, что от частоты света, падающего на вещество, зависит механическая реакция молекул, это и есть физическая причина дисперсии.

Движение электрона в диэлектрике описывается уравнением:

$m \cdot \ddot{x} + m \cdot \gamma \cdot \dot{x} + m \cdot \omega_0^{\ 2} \cdot x = e \cdot E$, которое имеет решение: $x = \dfrac{e}{m} \cdot \dfrac{E}{\omega_0^{\ 2} - \omega^2 + j\omega\gamma}$

Здесь E – напряжённость внешнего электрического поля.

$e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл, $m = 9 \cdot 10^{-31}$ кг.

γ – коэффициент, характеризующий сопротивление движению электрона, и связан с удерживающей силой в атоме (молекуле).

Дипольный момент атома (единичный, обозначен p) со смещённым из положения равновесия электроном в точку x равен:

$$p = e \cdot x = \frac{e^2}{m} \cdot \frac{E}{\omega_0^{\ 2} - \omega^2 + j\omega\gamma}$$

Поляризация объёма вещества, зависящая от времени, равна:

$$P = N \cdot p = \frac{N \cdot e^2}{m} \cdot \frac{E(t)}{\omega_0^{\ 2} - \omega^2 + j\omega\gamma} = \varepsilon_0 \cdot \aleph^{(1)} \cdot E(t)$$

N – концентрация электронов с собственной частотой колебаний ω_0.

$\aleph^{(1)} = \dfrac{N \cdot e^2}{m} \cdot \dfrac{1}{\omega_0^{\ 2} - \omega^2 + j\omega\gamma} \cdot \dfrac{1}{\varepsilon_0}$ - линейная комплекснозначная диэлектрическая восприимчивость.

Очевидно, что в веществе существуют электроны и с другой собственной частотой. В этом случае следует брать: $N = \sum_i N_i$ и

$$\aleph^{(1)} = \frac{e^2}{m} \cdot \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \left[\frac{N_1}{\omega_{01}{}^2 - \omega^2 + j\omega\gamma} + \frac{N_2}{\omega_{02}{}^2 - \omega^2 + j\omega\gamma} + \ldots \right] \text{ от } \omega_{01} \text{ до } \omega_{0i}.$$

На частотах ω_{0i} имеют место РЕЗОНАНСЫ ПОГЛОЩЕНИЯ.

В прозрачном диэлектрическом материале справедливо следующее:

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P}$$

Происходит наложение внешнего поля и поля от поляризованных молекул

Абсолютная диэлектрическая проницаемость равна:

$$\varepsilon_{абс} = \varepsilon_0 + \frac{N \cdot e^2}{m} \cdot \frac{1}{\omega_0{}^2 - \omega^2 + j\omega\gamma}$$

Тогда $$n^2 = \varepsilon = \varepsilon_{абс} - \varepsilon_0 = 1 + \frac{N \cdot e^2}{m} \cdot \frac{1}{\omega_0{}^2 - \omega^2 + j\omega\gamma} \cdot \frac{1}{\varepsilon_0} \qquad (2)$$

Видно, что коэффициент преломления n – комплексная величина.

<u>Обозначим его действ. и мнимую части: $n = n_{\mathrm{Re}} + j \cdot \xi$</u>

Возведём в квадрат это выражение и отделим действительную и мнимую части:

$$n^2 = (n_{\mathrm{Re}} + j \cdot \xi)^2 = n_{\mathrm{Re}}{}^2 - \xi^2 + 2j \cdot n_{\mathrm{Re}} \cdot \xi$$

Аналогичное отделение мнимой от действительной части проделаем с выражением (2):

$$n^2 = 1 + \frac{N \cdot e^2}{m} \cdot \frac{1}{\omega_0{}^2 - \omega^2 + j\omega\gamma} \cdot \frac{1}{\varepsilon_0} = 1 + \frac{N \cdot e^2}{m \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{(\omega_0{}^2 - \omega^2 - j\omega\gamma)}{(\omega_0{}^2 - \omega^2 + j\omega\gamma) \cdot (\omega_0{}^2 - \omega^2 - j\omega\gamma)} =$$

$$= 1 + \frac{N \cdot e^2}{m \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{\omega_0{}^2 - \omega^2}{(\omega_0{}^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2} - j \cdot \frac{N \cdot e^2}{m \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{\omega\gamma}{(\omega_0{}^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$$

Отсюда действительная часть квадрата n равна:

$$n^2\Big|_{\mathrm{Re}} = n_{\mathrm{Re}}{}^2 - \xi^2 = 1 + \frac{N \cdot e^2}{m \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{\omega_0{}^2 - \omega^2}{(\omega_0{}^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$$

Физический смысл γ – собственная ширина линии излучения, это очень малая величина, то

$\left(\omega_0^{\ 2}-\omega^2\right)^2 >> \left(\omega\gamma\right)^2$ и $\xi(\omega \neq \omega_0) \cong 0$, тогда

$$n(\omega)^2\Big|_{\mathrm{Re}} = 1+\frac{e^2}{m\cdot\varepsilon_0}\cdot\sum_i \frac{N_i}{\omega_{0i}^{\ 2}-\omega^2} \qquad (3)$$

Таким образом, величина n зависит от частоты света ω.

Всё тоже самое справедливо не только для электронов, но и для ионов. Отличие в том, что их собственные частоты гораздо ниже (в дальней инфракрасной области и далее к СВЧ диапазону).

В видимой области спектра лежат частоты электронов.

???

Вопрос: какова физическая причина того, что в коротковолновую часть спектра эти резонансы уходят лишь до определённой границы ? Т.е. имеет место некоторая верхняя частота ω_{0i}, свыше которой уже нет частот резонансов электронов ? А какие резонансы там возможны ?

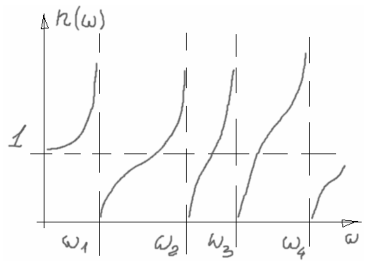
НОРМАЛЬНАЯ И АНОМАЛЬНАЯ ДИСПЕРСИИ

Во многих оптически прозрачных веществах $n(\omega) \approx 1$, тогда

$n^2 - 1 = (n-1)(n+1) \approx 2(n-1)$ и выражение (3) упрощается.

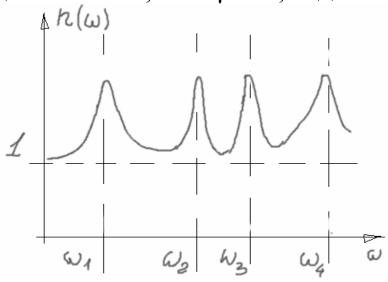
$$n(\omega) \cong 1+\frac{e^2}{2m\cdot\varepsilon_0}\cdot\sum_i \frac{N_i}{\omega_{0i}^{\ 2}-\omega^2}$$

График этой функции имеет следующий вид:



Заметим, что везде $n(\omega)$ – растёт, т.е. $\dfrac{dn}{d\omega} > 0$ - критерий **нормальной дисперсии**.

Но мы предположили, что $\gamma = 0$, в действительности это не так, и с учётом этого график имеет вид:



. Области, где $\dfrac{dn}{d\omega} < 0$ называются **аномальной дисперсией**.

Существует статический и динамический показатель преломления:

Статический – в случае $\omega \ll \omega_{0i}$, и динамический: $\omega \sim \omega_{0i}$ или $\omega > \omega_{0i}$

Статический показатель преломления в основном связан с **процессом переполяризации** молекул, **динамический** – с **процессом поворота**.

Для коротковолнового диапазона для $\omega > \omega_{0i}$ (ультрафиолетовый, рентгеновский диапазоны) прозрачный диэлектрик становится МЕНЕЕ ПЛОТНЫЙ, чем вакуум ! и $n < 1$.

Фазовая скорость излучения там вроде-бы превышает скорость света в вакууме.

Это вроде-бы связано с так называемым ТОРМОЗНЫМ излучением (Вавилова-Черенкова).

Далее рассмотрим, на что влияет мнимая часть показателя преломления.

Вектор эл. поля световой волны: $E(x,t) = E_0 \cdot e^{-j(\omega t - kx)}$ (4)

Вспомним, что $k = \dfrac{\omega}{v_\Phi} = \dfrac{\omega\sqrt{\varepsilon_{абс}(\omega)}}{c}$, кроме этого: $\sqrt{\varepsilon_{абс}(\omega)} = n_{\mathrm{Re}} + j \cdot \xi$

После подстановки получаем:

$$k = \frac{\omega \cdot n_{\mathrm{Re}}}{c} + j \cdot \frac{\omega \cdot \xi}{c}$$

Подставим это в выражение (4), после чего получим:

$$E(x,t) = E_0 \cdot \exp\left[-j \cdot \left(\omega t - \left(\frac{\omega \cdot n_{\mathrm{Re}}}{c} + j \cdot \frac{\omega \cdot \xi}{c}\right) \cdot x\right)\right] = \ldots = E_0 \cdot \exp\left(-\frac{\omega \cdot \xi \cdot x}{c}\right) \cdot \exp\left(-j \cdot \left(\omega t - \frac{\omega \cdot n_{\mathrm{Re}} \cdot x}{c}\right)\right)$$

<u>Уменьшающаяся амплитуда поля по мере роста координаты x .</u>

Заметим, что в этом выражении нарочито не учтены какие-либо источники потерь энергии, т.е. предполагалось, что $\gamma = 0$ и т.д.

При этом видно, что **происходит потеря энергии** по мере **распространения света в веществе**. Эта **<u>энергия тратится на осуществление поляризации вещества</u>** и **<u>движение поляризованных молекул под действием внешнего поля</u>** !

Происходит рассеяние света в веществе.

Спектральный состав излучения

Пусть электрон начинает колебаться в момент времени t = 0. Его смещение относительно положения равновесия будет иметь вид:

$$x(t) = \begin{cases} 0, & t < 0; \\ \exp\left[-\gamma t/2 \cdot \left(A_0 \cdot \exp(j\omega_0 t) + A^*{}_0 \cdot \exp(-j\omega_0 t)\right)\right], & t > 0 \end{cases}$$

A_0 – амплитуда колебаний электрона.

Энергия, излучённая в интервале $0 < t < \infty$ имеет вид:

$$Э = -\int_0^\infty \frac{\partial Э}{\partial t} \cdot dt = \frac{1}{6\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{c^3} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{x}^2 \cdot dt. \quad (5)$$

Здесь использовалось равенство для мощности излучения: $P = \frac{1}{6\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{c^3} \cdot \ddot{x}^2$

Принимая следующие два условия:

1. $\ddot{x} \approx -\omega_0{}^2 \cdot x$, и (*)
2. $\gamma << \omega_0$, а также представляя x(t) в виде ряда Фурье:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} \cdot d\omega \cdot \int_{-\infty}^{\infty} x(\varsigma) \cdot e^{-j\omega\varsigma} \cdot d\varsigma = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \cdot e^{j\omega t} \cdot d\omega \quad (**)$$

Здесь было введено обозначение: $F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} \cdot dt = \int_0^{\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} \cdot dt$.

С учётом того, что при t < 0 имеет место $\ddot{x} = 0$, а также подставляя (*) и (**) в (5), получаем (записан конечный результат без промежуточных выкладок):

$$Э = \frac{1}{24\pi^3\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{c^3} \cdot \omega_0{}^4 \cdot \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \cdot F(\varsigma) \cdot d\omega d\varsigma \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{j(\omega+\varsigma)t} dt.$$

Учитывая, что $\int_{-\infty}^{\infty} e^{j(\omega+\varsigma)t} dt = 2\pi\delta(\omega+\varsigma)$ (Согласно справочнику по математике, Корн), получаем (без промежуточных выкладок):

$$Э = \frac{1}{12\pi^2\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{c^3} \cdot \omega_0{}^4 \cdot \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \cdot F(\varsigma) \cdot \delta(\omega+\varsigma) \cdot d\omega d\varsigma = \ldots\ldots =$$

$$= \frac{1}{6\pi^2\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{c^3} \cdot \omega_0{}^4 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \cdot F(-\omega) \cdot d\omega = \int_0^{\infty} Э_{плотн}(\omega) \cdot d\omega$$

Здесь учтено, что F(ω)·F(-ω) – чётная функция относительно w. Далее «убирая» знак интеграла можно записать:

$Э_{плотн} = \frac{1}{6\pi^2\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{c^3} \cdot \omega_0{}^4 \cdot F(\omega) \cdot F(-\omega)$. Получена зависимость распределения энергии по частотам. Следующая задача – найти непосредственно F(ω).

Для этого запишем (эта ЭВРИСТИКА, которая записана ниже, принадлежит тов. Лоренцу!):

$$F(\omega)=\int_0^\infty A_0\cdot\exp[(-\gamma/2+j(\omega_0-\omega)\cdot t]\cdot dt+\int_0^\infty A_0^*\cdot\exp[(-\gamma/2-j(\omega_0-\omega)\cdot t]\cdot dt=$$

$$=\frac{A_0}{\gamma/2-j(\omega_0-\omega)}+\frac{A_0^*}{\gamma/2+j(\omega_0-\omega)}$$

Вновь принимая во внимание условие: $\gamma << \omega_0$, и то, что рассмотрение ведётся в диапазоне частот $\omega \approx \omega_0$, слагаемые в записанном выражении будут сильно отличаться по частотам, и будет справедливо следующее:

$$F(\omega)\cdot F(-\omega)=\frac{A_0}{\gamma/2-j(\omega_0-\omega)}\times\frac{A_0^*}{\gamma/2+j(\omega_0-\omega)}=\frac{A_0A_0^*}{(\gamma/2)^2+(\omega_0-\omega)^2}$$

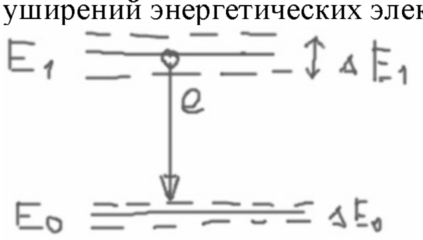
Тогда плотность энергии окажется равной:

$$Э_{плотн}=\frac{1}{6\pi^2\varepsilon_0}\cdot\frac{e^2}{c^3}\cdot\omega_0{}^4\cdot\frac{A_0A_0^*}{(\gamma/2)^2+(\omega_0-\omega)^2}$$

Давайте изучим полученное выражение. Видно, что максимум интенсивности лежит вблизи $\omega \approx \omega_0$. При удалении ω от ω_0 интенсивность сильно снижается.
На частотах $\omega_1 = \omega_0 - \gamma/2$ и $\omega_1 = \omega_0 + \gamma/2$ плотность энергии уменьшается в 2 раза.

Таким образом, основная часть спектральной энергии излучается в интервале $\delta\omega = \gamma$.

Причина излучения энергии в определённом спектральном диапазоне состоит в наличии уширений энергетических электронных уровней.



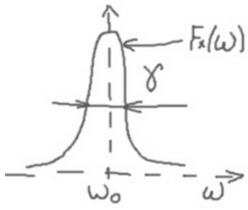
Среднее время жизни электрона на уровне обратно пропорционально его уширению: $\Delta E_1 \sim 1/\tau_{ж1}$, и так далее.

В идеальной физической системе уширение стабильного уровня (E_0) должно быть равно нулю – т.к. там электрон может пребывать бесконечно долго. Но из-за наличия возбуждений атома (молекулы) электрон уходит со стабильного уровня, тем самым время жизни на нём становится конечным. Это и приводит к $\Delta E_0 \neq 0$.

ЛЕКЦИЯ 3.

УШИРЕНИЯ СПЕКТРА ИЗЛУЧЕНИЯ

Итак, электромагнитное поле всегда излучается не на единственной частоте, а в определённом спектральном диапазоне. При отсутствии каких-либо воздействий форма спектральной плотности есть ЛОРЕНЦЕВА ФОРМА:



Формулу для $Э_{плотн}$ (полученную на прошлой лекции) удобно представить в виде:

$$Э_{плотн} = 2mA_0A_0^*\omega_0^2F_Л(\omega).$$

Здесь $F_Л(\omega)$ – НОРМИРОВАННАЯ ЛОРЕНЦЕВА ФОРМА, которая равна:

$$F_Л(\omega) = \frac{\gamma/2\pi}{(\gamma/2)^2 + (\omega_0 - \omega)^2}$$

Условие нормировки: $\int\limits_{-\infty}^{\infty} F_Л(\omega)d\omega = 1$

На оптических частотах имеет место: $\gamma/\omega_0 \cong 10^{-7}$.

Время излучения $\tau \cong 2/\gamma \cong 2/\delta\omega$. Чем меньше τ, тем выше γ. Строго монохроматическое излучение возможно при бесконечном времени излучения.

Однако **в реальной физической картине** мира **ширина спектра излучения**, как правило, **превосходит** γ – *<u>появляются УШИРЕНИЯ</u>*.

Это **<u>связано с различными взаимодействиями</u>** атомов, молекул и электромагнитных полей от внешних источников.

Уширения бывают <u>ОДНОРОДНЫЕ</u> и <u>НЕОДНОРОДНЫЕ</u>.

1. одинаковое значение уширения для всех атомов вещества	разные значения уширений
2. форма уширения одинакова для различных «сторон» функции F(ω),	разные «бока» у функции F(ω)

Ниже перечислены **наиболее распространённые виды уширений** спектра излучения для диэлектрических и полупроводниковых материалов.

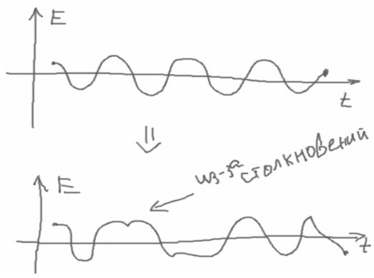
1). УДАРНОЕ УШИРЕНИЕ.

Появление дополнительного параметра $\Delta\omega_{уд}$ из-за ударного взаимодействия частиц.

При нормальной температуре время, в течение которого в твёрдом теле **не происходит столкновений частиц, примерно равно $\tau_{уд} \approx 10^{-11}$ с.**

А как упоминалось выше, **время излучения**, связанное с квантовой природой вещества (так называемое **ЕСТЕСТВЕННОЕ ВРЕМЯ ИЗЛУЧЕНИЯ**), примерно составляет **$10^{-7} \div 10^{-8}$ с.**

Очевидно, что на протяжении излучения атомы соударяются. Это приводит к «усложнению вида функции излучения»:



Во время удара *скачком изменяется фаза колебаний* – на произвольную величину.

Из-за того, что *функция усложняется*, её *спектр обогащается гармониками*. Это и есть уширение спектра.

Усреднённая спектральная плотность мощности при наличии ударных уширений приблизительно равна:

$$Э_{плотн}(\omega) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(1/\tau_0)^2 + (\omega_0 - \omega)^2}$$

2). ДОПЛЕРОВСКОЕ УШИРЕНИЕ.

Происходит из-за того, что при нормальной температуре частицы движутся.

Эффект Доплера – это эффект изменения частоты излучения из-за движения излучателя

Аналогично, усреднённая спектральная плотность мощности при наличии доплеровских уширений приблизительно равна:

$$Э_{плотн} = \exp\left[-Mc^2 \frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\omega_0{}^2 \cdot kT}\right]$$

M – масса движущегося атома, k – постоянная Больцмана, T – температура.

3). УШИРЕНИЯ из-за ВЛИЯНИЯ ВНЕШНИХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ.

При наличии E = E(const(t)) или B = B(const(t)) происходит *сдвиг уровней* энергии электронов *и одновременное их РАСЩЕПЛЕНИЕ*.

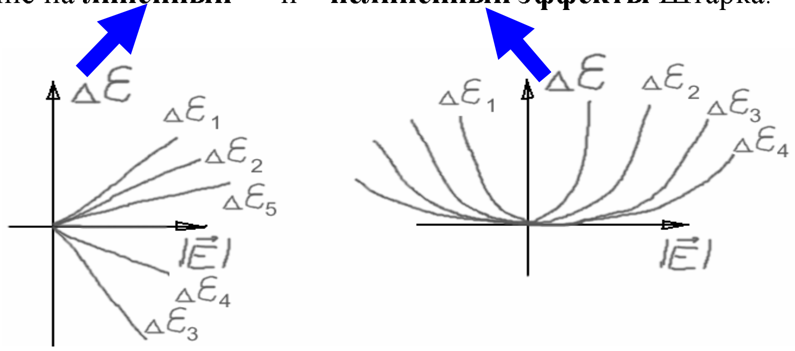
В зависимости от того, **это E или B** – подразделяют на эффекты **Штарка** или **Зеемана**.

<u>Эффект Штарка</u>: расщепление и смешивание энергетических уровней под действием электрических полей ***E***.

Так квантовая система приобретает *<u>дополнительную энергию</u>* $\Delta\varepsilon$ из-за ИЗМЕНЕНИЯ в движении заряженных частиц под действии внешнего поля $\vec{E}$. Уровни смешаются.

<u>Обычно строятся графические зависимости $\Delta\varepsilon(\vec{E})$.</u>

Существует подразделение на **линейный** и **нелинейный эффекты** Штарка.



Для различных номеров уровней (главных квантовых чисел): 1, 2, 3 и т.д. получаются различные приращения энергии $\Delta\varepsilon_1$, $\Delta\varepsilon_2$, $\Delta\varepsilon_3$, и т.д.

Кроме этого, различным уровням соответствует РАЗЛИЧНАЯ СТЕПЕНЬ ВЫРОЖДЕНИЯ.

Для атома водорода в отсутствие поля: $\varepsilon_2 - \Delta\varepsilon_1 = \hbar\cdot\omega_0$.

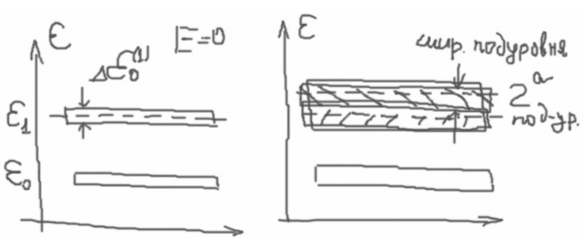
При наличии поля имеют место величины: $\Delta\varepsilon_1$, $\Delta\varepsilon_2$, равные: $\Delta\varepsilon_1 = -3\cdot\dfrac{\alpha^2\cdot E^2}{\varepsilon_2-\varepsilon_1}$ и

$$\Delta\varepsilon_2 = -\frac{\alpha^2\cdot E^2}{\varepsilon_2-\varepsilon_1}.$$

Здесь α – СТЕПЕНЬ ВЫРОЖДЕНИЯ – <u>количество совмещённых подуровней, на которые может расщепиться уровень.</u>

Следовательно, частота перехода меняется на величину: $\Delta\omega = \dfrac{\Delta\varepsilon_2-\Delta\varepsilon_1}{\hbar} =$

$$= \frac{2\alpha^2E^2}{\hbar}\cdot\frac{1}{\varepsilon_2-\varepsilon_1} = \frac{2\alpha^2E^2}{\hbar^2\cdot\omega_0}$$



Если $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$

<u>Эффект Зеемана</u> *<u>связан с аналогичным влиянием магнитного поля.</u>*

В обоих случаях: если **величина расщепления уровня меньше ширины под-уровня**, то **рядом лежащие под-уровни перекрываются**. **Спектральные линии** также **сливаются.**

Если внешние поля **E** или **B** *<u>зависят от координат</u>*, то *<u>в разных точках</u>* вещества **уширение различное**. *<u>Суммарно</u>* они образуют **спектральную линию большой ширины**.

4). УШИРЕНИЕ из-за НАСЫЩЕНИЯ.

При увеличении интенсивности падающей волны происходит НАСЫЩЕНИЕ оптически прозрачной среды: преобладание оптического электрона в возбуждённом состоянии.

Населённость **нестабильного уровня n_1** становится **выше** населённости **стабильного уровня n_2**. Световой поток перестаёт поглощаться, среда просветляется.

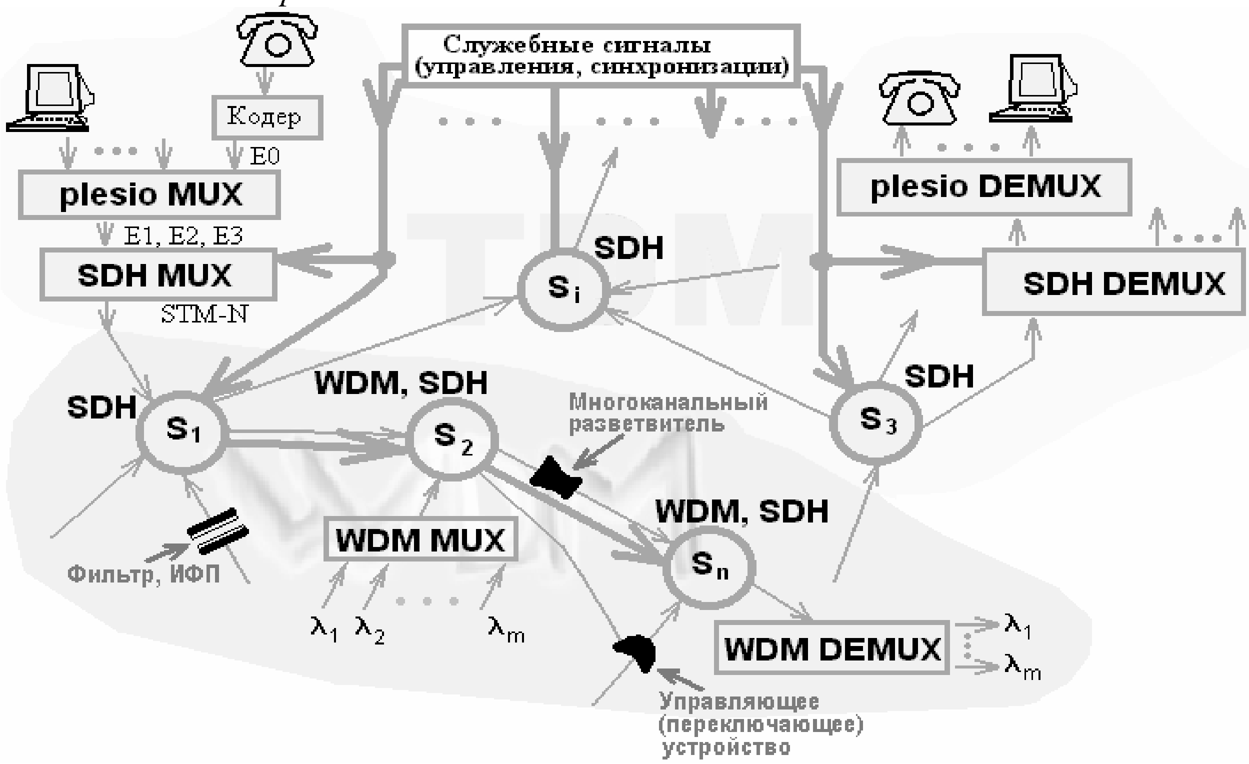
Более тонкое описание процесса: каждый вновь приходящий **фотон поглощается**, **но тут-же излучается вновь**. И так **на всём протяжении по пути распространения** светового пучка. **Интенсивность** пучка при этом **не падает**, **но происходит уширение спектра** – из-за **взаимодействия с электроном вида «прыг-скок туда-сюда».**

Ход изучения материала: физика ⇒ техника ⇒ физика ⇒ техника и т.д.

Далее остановимся на организации оптоволоконных телекоммуникациях, в первую очередь на световодах и световодных стстмеах.

Типовая система оптоволоконной системы связи (основные компоненты ВОЛП):

1. *оптический передатчик,*
2. *световодный кабель,*
3. *усилитель (использующийся на линии, повторитель),*
4. *оптоволоконные компоненты управления,*
5. *оптический приёмник.*



В **открытых оптических системах** связи – **пучок** света **распространяется в свободном** пространстве.

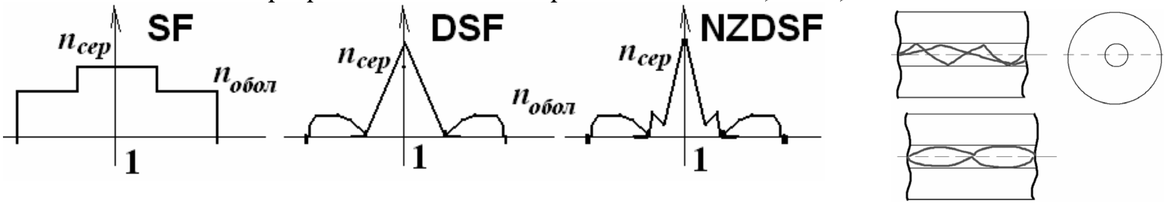
Раз уж мы *начали заниматься оптикой, то поговорим о световодах и оптических устройствах* управления. Про оптоэлектронные устройства будем говорить позже.

<u>Основные типы световодов</u>: подразделяются по типу ПРОФИЛЯ показателя преломления.

Понятия: СВЕТОВОД, ПОЛНОЕ ВНУТРЕННЕЕ ОТРАЖЕНИЕ, МОДЫ в световодах.
<u>Ступенчатые, градиентные волокна и волокна со специальным профилем показателя преломления</u>

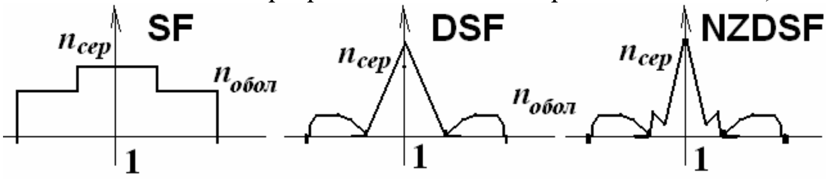
<u>Одномодовые и многомодовые световоды</u> – МОДЫ В СВЕТОВОДАХ

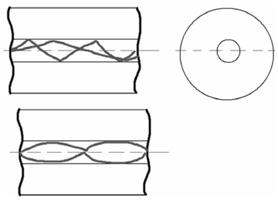
В зависимости от профиля показателя преломления: SF, DSF, NZDSF.



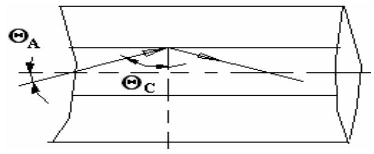
ЛЕКЦИЯ 4.

В зависимости от профиля показателя преломления: SF, DSF, NZDSF.





$\Delta_{fib} = \left(n_{сер}^{\ 2} - n_{об}^{\ 2}\right) / 2n_{сер}^{\ 2}$, $n_1 \cdot \sin\Theta_1 = n_2 \cdot \sin\Theta_2$



Критический угол: $\Theta_c = \arcsin\left({n_{об}} \big/ {n_{сер}} \right)$

Числовая апертура световода: $NA = \sin(\Theta_A) = \sqrt{n_{сер}^{\ 2} - n_{об}^{\ 2}} = n_{сер} \cdot \sqrt{2\Delta_{fib}}$ - для SF-волокна,

Для градиентного волокна: $NA = \sqrt{n_{сер}(0)^2 - n_{об}^{\ 2}} \Big/ \sqrt{2}$,

Количество устойчивых мод в световоде: $V = 2\pi \cdot r \cdot NA/\lambda$.
r - радиус сердцевины и **NA** - числовая апертура.

Критерий распространения одной моды: **V < 2,405**; с ростом V количество мод начинает резко расти.

Количество устойчиво распространяющихся мод для многомодового SF-световода:

$$N_m \cong \left[\frac{1}{2} \cdot V^2 \right] = \left[\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\pi d}{\lambda} \cdot NA \right)^2 \right] = \left[\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\pi d}{\lambda} \right)^2 \cdot \left(n_1^{\ 2} - n_2^{\ 2} \right) \right] \qquad n_1 > n_2,$$

$\mathbf{n_1}$ – сердцевины, и $\mathbf{n_2}$ - оболочки

d – диаметр сердцевины.

<u>Скобки **[ ]** – операция выделения целой части рациональ. числа</u>

Нормиров. частота	0 ÷ 2,405	2,405 ÷ 3,832	3,832 ÷ 5,136	5,136 ÷ 5,52
Число устойчиво распр. мод	1	4	7	9

Для градиентного световода:

Если $n(r) = \begin{cases} n_1 \cdot \sqrt{1 - 2\Delta_{fib} \cdot \left(\dfrac{r}{a} \right)^2}, & 0 \le r \le a \\ n_2, \quad a \le r \le b \end{cases}$, тогда $N_m = \dfrac{1}{4} \cdot \left(\dfrac{\pi d}{\lambda} \right)^2 \cdot \left(n_1^{\ 2} - n_2^{\ 2} \right)$

Здесь $\mathbf{n_1}$ и $\mathbf{n_2}$ – максимальные числовые значения соотв. показателей преломления.
a и **b** – соотв. радиус сердцевины и оболочки.

Важный параметр световодов - <u>*ДЛИНА ВОЛНЫ ОТСЕЧКИ*</u>: λ_{CF}

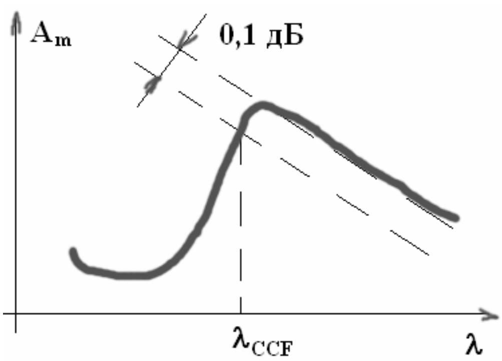
λ_{CF} – такая длина волны, на которой начинает распространяться единственная мода

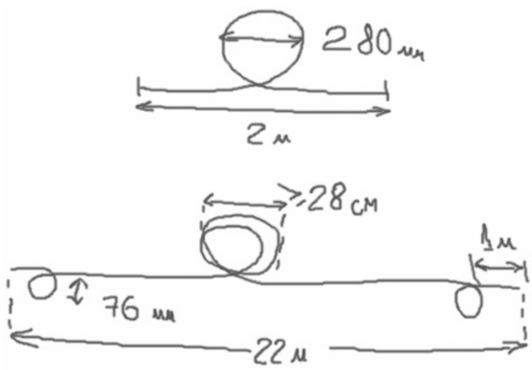
λ_{CF} – без учёта внешних воздействий,
λ_{CCF} – с учётом воздействий и деформаций.

Изгибы и **деформация приводит к подавлению побочных мод** и уменьшению длины волны отсечки: $\lambda_{CF} > \lambda_{CCF}$

$$\lambda_{CF} = \frac{\pi d \cdot NA}{2{,}405} = 1{,}847 \cdot d \cdot n_1 \cdot \sqrt{\Delta_{fib}}$$

Метод экспериментального измерения λ_{CCF} – путём измерения передаваемой мощности через волокно (длиной 2 м). Волокно сложено определённым образом:





$$A_m(\lambda) = 10\lg\left(\frac{P_s(\lambda)}{P_0(\lambda)}\right) \qquad [\partial Б]$$

<u>ЗАТУХАНИЕ</u>

СОБСТВЕННЫЕ ПОТЕРИ

КАБЕЛЬНЫЕ ПОТЕРИ
α_{rad}

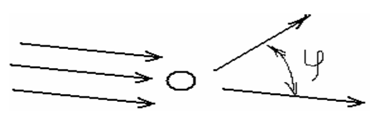
Потери на поглощение на
Примесях (резонансные потери)
α_{abs}

потери на
рассеяние
α_{sct}

α_{sct} связано с рассеянием **Ми** (размеры рассеивателя > λ или ~ λ) и **Рэлея** (<< λ).

Оценка интенсивности рассеяного света: $I(\varphi) = \frac{9\pi^2}{2N^2\lambda^4} \cdot \left(\frac{n^2-1}{n^2+2}\right)^2 \cdot \left(1-\cos^2\varphi\right) \cdot S_0$

S_0 – плотность потока энергии во входной волне, N – концентрация рассеивателей,
n – показатель преломления среды



<u>При рассеянии наблюдается изменение поляризации световых волн:</u>

$$\rho = \frac{I_{\perp}(\varphi) - I_{\text{II}}(\varphi)}{I_{\perp}(\varphi) + I_{\text{II}}(\varphi)} = \frac{\sin^2\varphi}{1+\cos^2\varphi}$$ - коэффициент рассеяния.

$I_{\perp}(\varphi)$ - интенсивность излучения на перпенд. составл. соляризации,

$I_{\text{II}}(\varphi)$ - интенсивность излучения на параллель. составл. соляризации,

Коэффициент ослабления пучка света в рассеянии Рэлея: $\alpha_{Рэ} = \frac{24\pi^3}{N\lambda^4} \cdot \left(\frac{n^2-1}{n^2+2}\right)^2$

Закон, по которому происходит ослабление светового пучка: $S(x) = S(0) \cdot e^{-\alpha \cdot x}$

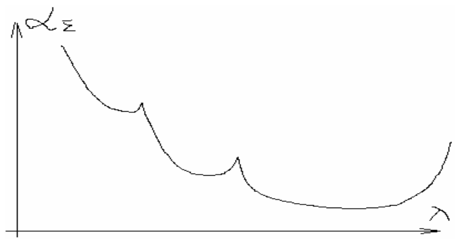
Оценочный коэффициент ослабления пучка в рассеянии Ми: $\alpha_{Ми} \approx \frac{2\pi a}{\lambda}$

а – радиус рассеивателя.

α_{rad} составляют до 20% от потерь на рассеяние.

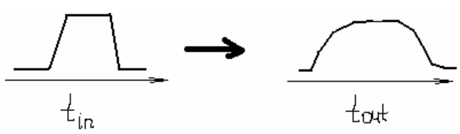
<u>Суммарные потери</u>: $\alpha_{\Sigma} = \Sigma\alpha_i$ по всем видам потерь.

График потерь, присущий кварцевым световодам:



<u>ДИСПЕРСИЯ В ВОЛОКННОЙ ОПТИКЕ</u>

Дисперсионные эффекты приводят к расплыванию (уширению длительности) информационных импульсов на величину: $\tau(L) = \sqrt{t_{out}^2 - t_{in}^2}$ после прохождения сигналом оптоволоконного сегмента длины $\boldsymbol{L}$.



Здесь $\boldsymbol{t_{out}}$ и $\boldsymbol{t_{in}}$ – длительности выходного и входного импульсов. При большом уширении импульсы перекрываются, так что становится невозможным их выделение при приеме, также возникает межсимвольная интерференция.

ДИСПЕРСИЯ

МЕЖМОДОВАЯ (τ_{mod})

ХРОМАТИЧЕСКАЯ (τ_{chr})

МАТЕРИАЛЬНАЯ (τ_{mat})

ВОЛНОВОДНАЯ (τ_{w})

Суммарное влияние дисперсии определяется через соотношение:

$$\boldsymbol{\tau^2 = \tau^2_{mod} + (\tau_{mat} + \tau_W)^2.}$$

Далее рассмотрим эти основные факторы, которыми определяется дисп.:

- ***различием скоростей*** распространения направляемых мод (*межмодовой* дисперсией, характеризующейся τ_{mod}), имеет место в многомодовых направляющих структурах.

Для ступенчатой многомодовой структуры справедливо следующее:

$$\tau_{\mathrm{mod}}(L)\cdot L = \begin{cases} \dfrac{n_{cep}\Delta_{fib}}{c}\cdot L, & L < L_{cat}; \\ \\ \dfrac{n_{cep}\Delta_{fib}}{c}\cdot\sqrt{L\cdot L_{cat}}, & L > L_{cat} \end{cases},$$

$\boldsymbol{L_{cat}}$ - длина межмодовой связи (для ступенчатого волокна порядка **5 км**, для градиентного - порядка **10 км**,). Величина L_{cat} характеризует переход оптической энергии из одной моды полностью в другую, и наоборот.

Величина Δ_{fib} – нормируемый для световодов параметр, см. выше

Здесь $\boldsymbol{n_{cep}}$ и $\boldsymbol{n_{об}}$ – коэффициенты преломления сердцевины и оболочки световода соответственно, *c* – скорость света в вакууме. В случае многомодовой градиентной структуры вид зависимости справедливо эффективное значение $\hat{\Delta}_{fib}$,

для параболического профиля справедливо: $\hat{\Delta}_{fib} = \dfrac{\Delta_{fib}{}^2}{2}$.

Полоса пропускания оптоволоконной *направляющей структуры*: W ≅ 0,44 / τ, значения которой измеряются в [МГц·км]. Видно, что дисперсия накладывает ограничения на дальность передачи и верхнюю частоту передаваемых сигналов. Физический смысл W - максимальная частота (частота модуляции) передаваемого сигнала при длине линии в 1 км.

- ***Различием условий*** распространения мод, именуемой *хроматической* дисперсией:
  - свойствами оптического материала (материальной диспепсией $\boldsymbol{\tau_{mat}}$), обусловленной зависимостью показателя преломления сердцевины волокна от длины волны. Для одномодового волокна имеет место следующее:

$$\tau_{mat}(\Delta\lambda, L) = \Delta\lambda\cdot L\cdot\frac{\lambda}{c}\cdot\frac{d^2 n_{cep}}{d\lambda^2} = \Delta\lambda\cdot L\cdot\widetilde{M}_d(\lambda). \quad \Rightarrow \text{МАТЕРИАЛЬНАЯ}$$

- направляющими свойствами световодной структуры (волноводной дисперсией τ_w), обусловленной зависимостью коэффициента распространения моды от длины волны:

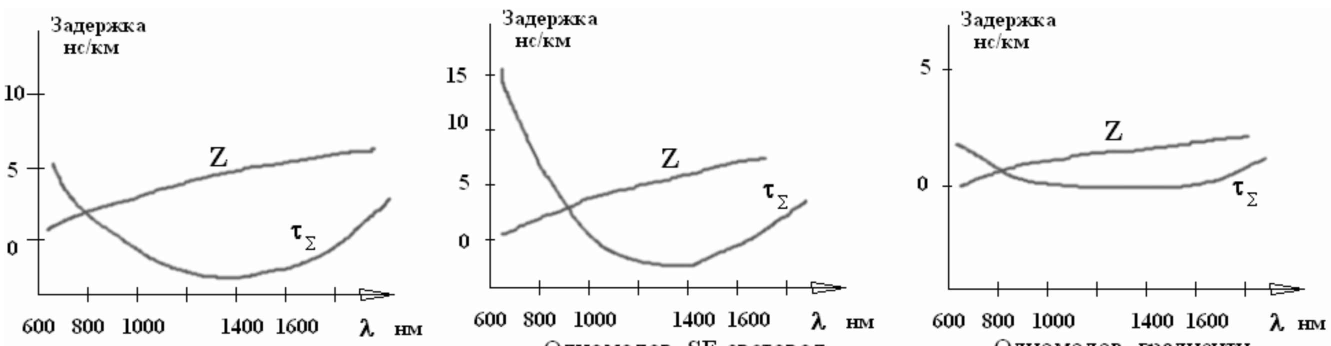
$$\tau_w(\Delta\lambda, L) = \Delta\lambda \cdot L \cdot \frac{2n^2_{cep} \cdot \Delta_{fib}}{c\lambda} = \Delta\lambda \cdot L \cdot \widetilde{N}_d(\lambda), \quad \Rightarrow \text{ ВОЛНОВОДНАЯ}$$

коэффициенты $\widetilde{M}_d(\lambda)$ и $\widetilde{N}_d(\lambda)$ - удельные материальная и волноводная дисперсии соответственно, а **Δλ [нм]** - уширение длины волны излучения, которое имеет место по ряду физических причин: конечной когерентности источника излучения, из-за действия нелинейных оптических эффектов, и т.д. Результирующее значение коэффициента удельной хроматической дисперсии определяется как $\widetilde{Z}_d(\lambda) = \widetilde{M}_d(\lambda) + \widetilde{N}_d(\lambda)$ с размерностью **[пс/(нм·км)]**.

Если коэффициент волноводной дисперсии $\widetilde{N}_d(\lambda) > 0$,

то коэффициент материальной дисперсии $\widetilde{M}_d(\lambda) > 0$ или $\widetilde{M}_d(\lambda) < 0$.

Для λ = 1310 ± 10 нм происходит взаимная компенсация величин $\widetilde{M}_d(\lambda)$ и $\widetilde{N}_d(\lambda)$, и результирующая дисперсия $\widetilde{Z}_d(\lambda)$ обращается в ноль. Фирмой Corning разработан метод **оценки удельной хроматической дисперсии** $\widetilde{Z}_d(\lambda)$.



Многомодов. градиентн. световод, 62.5 мкм
Одномодов. SF-световод, 9 мкм
Одномодов. градиентн. световод, 9 мкм

Формула СЕЛМЕЙЕРА для оценки хроматической дисперсии:

$$\tau(\lambda) = A + B \cdot \lambda^2 + C \cdot \frac{1}{\lambda^2},$$ A, B и C – эмпирические коэффицинеты.

Тогда $\widetilde{Z}_d(\lambda) = \dfrac{\partial\tau(\lambda)}{\partial\lambda} = 2\left(B\lambda - C\dfrac{1}{\lambda^3}\right) = \dfrac{Z_0}{4} \cdot \left(\lambda - \dfrac{\lambda_0^{\,4}}{\lambda^3}\right)$.

Здесь: $\lambda_0 = \sqrt[4]{C/B}$ - длина волны нулевой дисперсии, $Z_0 = 8 \cdot B$ - наклон нулевой дисперсии.

λ – рабочая длина волны излучения.

СПЕЦИАЛЬНОЕ ВОЛОКНО – со смешением дисперсии типа DSF или NZDSF:

$$\tau(\lambda) = A + B \cdot \lambda + C\lambda \cdot \ln(\lambda)$$

и

$$\widetilde{Z}_d(\lambda) = \frac{\partial\tau(\lambda)}{\partial\lambda} = B + C + C \cdot \ln(\lambda) = \lambda_0 \cdot Z_0 \cdot \ln\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)$$

Здесь: $\lambda_0 = \exp\left(-\left(1+\frac{B}{C}\right)\right)$ и $Z_0 = C/\lambda_0$.

В этом случае $\tau_{chr} = \widetilde{Z}_d(\lambda)\cdot\lambda$.

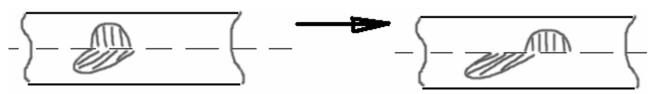
		λ, нм	$\widetilde{Z}_d(\lambda)$
Многомодовый световод	50 мкм	850	99,6
		1310	1,0
		1550	19,2
	62,5 мкм	850	106,7
		1310	4,2
		1550	17,3
Одномодовый световод	SF	1310	< 1,8
		1550	17,5
	DSF	1310	21,2
		1550	< 1,7

Видно, что минимум дисперсии не всегда соответствует минимуму затухания !

ЦЕЛЬ СМЕЩЕНИЯ ДИСПЕРСИИ (в DSF и NZDSF) – вынести длину волны λ_0 за 3-е окно прозрачности в инфракрасную область.

В случае нециркулярности (овальности) профиля сердцевины волноводной структуры добавляется слагаемое τ_{pmd}^2, характеризующее <u>*поляризационную модовую дисперсию*</u>, связанную с различием условий распространения мод ***перпендикулярных поляризаций.***

$$\tau_{pmd} = T(\lambda)\cdot\sqrt{L}$$



Интегральные характеристики волокон: