

ГЛАВА 3

Принципы многоканальной связи и матричный подход к моделированию работоспособности устройств уплотнения

Практика построения современных телекоммуникаций показывает, что наиболее дорогостоящими звеньями трактов передачи являются линии связи - кабельные, волоконно-оптические, сотовой мобильной радиосвязи, радиорелейной и спутниковой связи и др. Поскольку экономически нецелесообразно использовать дорогостоящие линейные сооружения для передачи информации единственной пары абонентов, то возникает задача построения многоканальных систем, обеспечивающих передачу большого числа сообщений различных источников по общей линии. Разумеется, многоканальная передача возможна при выполнении ряда условий, наложенных как на групповой тракт, так и на сигналы.

В настоящей главе представлены аспекты многоканальных систем (МКС) связи. Показано, что известная математическая модель МКС построена без учёта временного характера зависимости работоспособности уплотняющих устройств. Предложен матричный подход к моделированию МКС – на основе введённых специализированных векторных матриц и операций с ними. На примере распространённой телекоммуникационной задачи объединения 63-х потоков Е1 в синхронный модуль STM-1 показан формализованный подход к описанию АСГ в SDH. Сделан вывод о распространяемости разработанной математической модели на другие типы уплотняющих устройств.

3.1. Базовая математическая модель многоканальной системы связи

Задача МКС - обеспечить передачу большого числа сообщений различных источников по общей линии связи. Согласно [8], многоканальная передача возможна в тех случаях, когда пропускная способность линии C' не меньше суммарной производительности источников информации: $C' \geq \sum_{j=1}^N H_j'$,

где H_j' - производительность j -го источника, а N - число независимых источников. Многоканальные системы так же, как и одноканальные, могут быть аналоговыми и цифровыми. Для унификации аналоговых многоканальных систем за основной или стандартный канал принимают канал тональной частоты (канал ТЧ) [8], обеспечивающий передачу сообщений с эффективно пе-

редаваемой полосой частот 300...3400 Гц, соответствующей основному спектру телефонного сигнала. В цифровых системах передачи наибольшее распространение получили основные цифровые каналы со скоростью 64 кбит/с. Многоканальные аналоговые системы формируются путём объединения каналов ТЧ в группы, обычно кратные 12 каналам. Цифровые системы передачи, используемые на сетях связи, формируются в соответствии с принятыми иерархическими структурами [1, 17].

Общий принцип построения системы многоканальной передачи поясняется с помощью структурной схемы рис. 3.1. Первичные сообщения каждого источника $f_1(t), f_2(t), \dots, f_j(t), \dots, f_N(t)$, определяемые выбранным алфавитом: $b_1, b_2, \dots, b_m, \dots$ (в ВОСП алфавит состоит из двух букв: логической 0 или 1), с помощью индивидуальных передатчиков (модуляторов) преобразуются в соответствующие сигналы источников $f_1^{tr}(t), f_2^{tr}(t), \dots, f_j^{tr}(t), \dots, f_N^{tr}(t)$. Эти сигналы поступают на вход устройства объединения, которое создаёт *групповой сигнал* $f_r^{tr}(t)$ по совокупности входных сигналов $f_j^{tr}(t)$ в соответствии с оператором объединения.

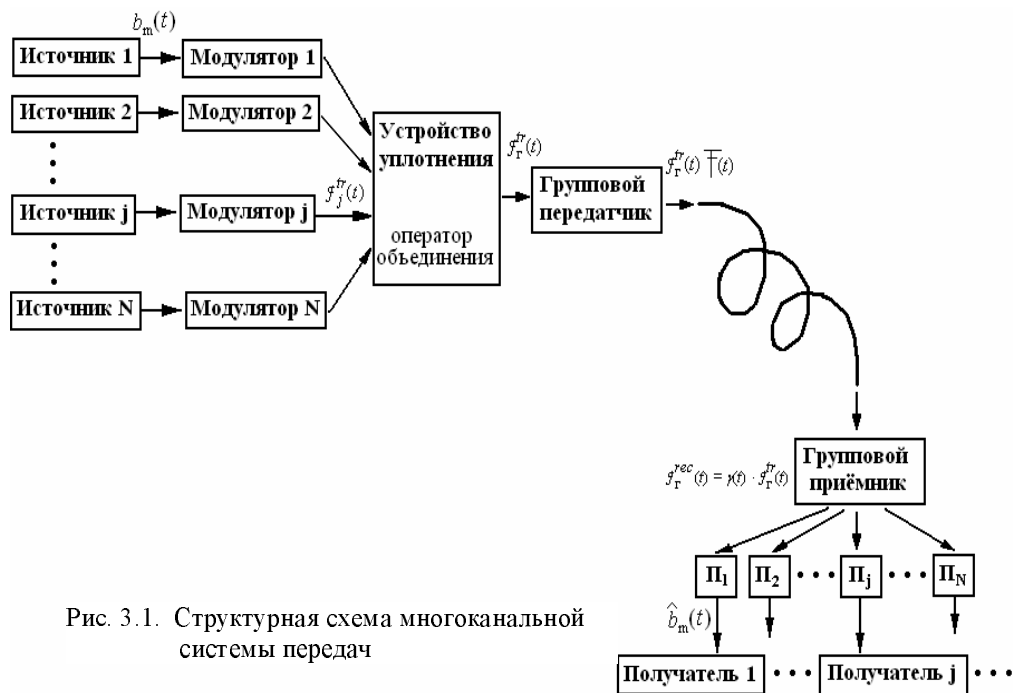


Рис. 3.1. Структурная схема многоканальной системы передач

В наиболее простом случае* это объединение имеет вид суммирования [8]:

* Примером может служить схема бит-интерливинга [1].

$$g_{\Gamma}^{tr}(t) = \sum_{j=1}^N g_j^{tr}(t). \quad (3.1)$$

С учётом физических свойств направляющей системы (линии связи) сигнал $g_{\Gamma}^{tr}(t)$ преобразуется в *линейный сигнал* посредством использования группового передатчика – путём умножения* на соответствующую функцию $F(t)$ (последняя характеризуется как физическими свойствами переносчика, так и особенностями линейного кодирования [17]), который и поступает в линию связи.

На приёмном конце линии связи после детектирования групповой сигнал будет иметь вид

$$g_{\Gamma}^{rec}(t) = \chi(t) \cdot g_{\Gamma}^{tr}(t), \quad (3.2)$$

где $\chi(t)$ – коэффициент передачи канала, в общем случае изменяющийся с течением времени. Далее индивидуальными приемниками $P_1, P_2, \dots, P_j, \dots, P_N$ из сигнала $g_{\Gamma}^{rec}(t)$ выделяются соответствующие сигналы независимых источников и преобразуются в предназначенный индивидуальным получателям алфавит: $\hat{b}_1, \hat{b}_2, \dots$. *Групповой передатчик, линия связи и групповой приемник составляют групповой тракт передачи, который вместе с аппаратурой объединения и разделения каналов составляет систему многоканальной связи [8].*

Индивидуальные приемники P_j , являясь частью аппаратуры разделения каналов, наряду с выполнением обычной операции преобразования принятых сигналов $g_j^{rec}(t)$ в соответствующие сообщения, состоящие из набора букв \hat{b}_m , должны обеспечить выделение этих индивидуальных сигналов $g_j^{rec}(t)$ из группового сигнала $g_{\Gamma}^{rec}(t)$ с допустимыми искажениями. Чтобы разделяющие устройства смогли различить сигналы отдельных каналов, существуют определенные признаки, присущие только сигналу данного канала. К возможным признакам в случае модуляции синусоидального переносчика следует отнести амплитуду, частоту или фазу, при модуляции импульсных переносчиков – длительность или форму импульса (для позиционно-импульсной модуляции таким признаком является *положение импульса* – тогда каждому каналу будет соответствовать отведённый тайм-слот [17]). И, соответственно, в последнем случае имеет место временной способ объединения (разделения) сигналов. То же самое справедливо при объединении оптических сигналов на различных длинах волн, и признаком, по которому будет производиться разделение, является спектральный диапазон излучения.

* При математическом моделировании процесса преобразования.

Пусть необходимо организовать одновременную работу N индивидуальных каналов по общему групповому тракту и групповой тракт пригоден для передачи сигналов любого j -го канала: $\mathbb{F}_j(t) \cdot g_j^{tr}(t)$. Здесь $\mathbb{F}_j(t)$ – функция переносчика сигнала индивидуального источника. Для всех канальных сигналов (или группового сигнала, получаемого в виде суммы*) справедливо

$$\mathbb{F} \cdot g_{\Gamma}^{tr}(t) = \sum_{j=1}^N \mathbb{F}_j(t) \cdot g_j^{tr}(t). \quad (3.3)$$

Для разделения этих N канальных сигналов на приемной стороне требуется соответствующее число разделяющих устройств, причем каждое j -е разделяющее устройство должно выполнять операцию *выделения* j -го сигнала, а на *другие сигналы* давать *нулевой отклик*. Данное требование составляет требование *линейности*. Действие приемного устройства j -го канала обозначим оператором разделения \mathcal{T}_j :

$$\mathcal{T}_j(g_s^{rec} + g_j^{rec})|_{s \neq j} = \mathcal{T}_j(g_s^{rec}) + \mathcal{T}_j(g_j^{rec}) = \mathcal{T}_j(g_j^{rec}),$$

$$\text{так как } \mathcal{T}_j(g_s^{rec}) \equiv 0. \quad (3.4)$$

Тогда значение отклика g_j^{rec} на сигнал g_j^{tr} j -го канала, содержащийся в групповом сигнале, согласно [8] можно представить как

$$\begin{aligned} g_j^{rec}(t) &= \mathcal{T}_j(g_{\Gamma}^{rec}(t)) = \mathcal{T}_j \left\{ \sum_{j=1}^N \chi(t) \cdot \mathbb{F}_j(t) \cdot g_j^{tr}(t) \right\} = \\ &= \sum_{j=1}^N \mathcal{T}_j \{ \chi(t) \cdot \mathbb{F}_j(t) \cdot g_j^{tr}(t) \} = \begin{cases} \chi(t) \cdot g_j^{tr}(t), & i=j; \\ 0, & i \neq j. \end{cases} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Если оператор перехода \mathcal{T}_j линейный, то соответствующие устройства разделения (мультиплексирования) реализуются в классе линейных цепей.

Согласно определению избирательных свойств приемника [8], необходимым и достаточным условием разделимости индивидуальных сигналов из группового $g_{\Gamma}^{res}(t)$ линейными устройствами является условие *линейной независимости сигналов*.

* В общем случае следует полагать $\mathbb{F} \neq \sum_{j=1}^N \mathbb{F}_j(t)$.

Иными словами, тождество $\mathcal{F}_1(t) \cdot \mathcal{G}_1^H(t) + \mathcal{F}_2(t) \cdot \mathcal{G}_2^H(t) + \dots + \mathcal{F}_j(t) \cdot \mathcal{G}_j^H(t) + \dots + \mathcal{F}_N(t) \cdot \mathcal{G}_N^H(t) \equiv 0$ может выполняться в том случае, когда все коэффициенты \mathcal{F}_j одновременно равны нулю. Частным случаем линейно независимых сигналов являются ортогональные сигналы. В общем случае необходимым и достаточным условием линейной независимости ансамбля сигналов (или в рассматриваемом случае физических переносчиков) является отличие от нуля определителя Грамма [37]:

$$\text{Gr}(\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \dots, \mathcal{F}_j, \dots, \mathcal{F}_N) = \begin{vmatrix} (\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_1) & (\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2) & \dots & (\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_N) \\ (\mathcal{F}_2, \mathcal{F}_1) & (\mathcal{F}_2, \mathcal{F}_2) & \dots & (\mathcal{F}_2, \mathcal{F}_N) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (\mathcal{F}_N, \mathcal{F}_1) & (\mathcal{F}_N, \mathcal{F}_2) & \dots & (\mathcal{F}_N, \mathcal{F}_N) \end{vmatrix}. \quad (3.6)$$

Здесь $(\mathcal{F}_j, \mathcal{F}_i)$ – скалярное произведение физических сигналов \mathcal{F}_j и \mathcal{F}_i . Определитель (3.6) равен нулю, если функции $\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \dots, \mathcal{F}_j, \dots, \mathcal{F}_N$ линейно зависимы, и положителен для линейно независимых функций. Для попарно ортогональных функций \mathcal{F}_j определитель равен произведению квадратов их норм. Ортонормированная система всегда линейно независима, для нее определитель Грамма равен единице.

Согласно [8], в L -мерном евклидовом пространстве, в частности в пространстве сигналов, представимых усеченным рядом Котельникова, когда

$$L = B = 2f_b \cdot T, \quad (3.7)$$

где B – база сигнала, f_b – высшая частота спектра, T – период дискретизации, можно выбрать не более B линейно независимых сигналов, т.е. в данном случае $N \leq B$. Это справедливо для идеального канала. В этих условиях теоретически безразлично, выбирать ли систему переносчиков $\{\mathcal{F}_j(t)\}$ ортогональных, или просто линейно независимых сигналов, в любом случае их максимальное число не может превышать базы сигнала B . С учетом влияния помех и возможного рассогласования передатчика и приёмника преимущество ортогональных сигналов становится неоспоримым, так как в этом случае энергия сигнала используется полностью [8].

Частным случаем ортогональных сигналов являются сигналы с неперекрывающимися спектрами (WDM-уплотнение), а также не перекрывающиеся во времени сигналы (TDM-уплотнение). Системы уплотнения, используемые в ВОСП, являются системами с ортогональными сигналами, так как сигналу каждого приложения (канала) выделяется вся полоса носителя до f_b , но на более короткий промежуток времени, чем в одноканальной системе передачи. Мультиплексный (групповой) сигнал является последовательностью сменяющих друг друга тайм-слотов [17], ответственных за разные приложения.

Здесь необходимо сделать уточняющее замечание о системах уплотнения, что не всегда однозначно следует из литературы. Современные системы передачи можно подразделить по:

- *способу уплотнения* – это PDH, SDH в отношении временного уплотнения, и все типы WDM – по спектру оптического излучения (волновое уплотнение);
- *способу организации канала передачи* – выделяется физический канал передачи, или сообщение разбивается на пакеты, передаваемые, вообще говоря, по различным физическим каналам (пакетный способ, [1] и др.). Данный способ неплохо представлен в литературе, и мы на нём останавливаться не будем; и
- *способу доступа к среде передачи* – синхронный и асинхронный [25].

Здесь под словом «синхронный» понимается принцип работы всей сети на единой битовой скорости независимо от содержимого (передаваемого сообщения). Это справедливо как для SDH, так и PDH-систем. Асинхронные системы (в свою очередь независимо от принятого метода уплотнения информации, формы «упаковки» содержимого) подстраивают битовую скорость под передаваемое сообщение [25]. Ввиду появления значительного интереса к асинхронным методам передачи, в Приложении J кратко представлен их принцип работы.

Представленная выше математическая модель относится к процессу уплотнения каналов независимо от алгоритма уплотнения. Последний определяется оператором объединения в выражении (3.1). В случае SDH-системы выражение (3.1) должно быть представлено несколькими шагами, соответствующими этапам мультиплексирования, рис. F.1.

Основным недостатком математической модели, базовые положения которой определены выражениями (3.1), (3.2) и (3.4), является невозможность отслеживания работоспособности уплотняющего и разделяющего устройств со временем и, соответственно, определения степени искажения сигналов (от индивидуальных передатчиков или группового) в процессе преобразования и уплотнения. Модель построена в предположении о том, что канал передачи может вносить искажения в сигнал(ы), искажая их на протяжении времени, а аппаратура уплотнения – нет, являясь идеальной.

В свою очередь, как практика эксплуатации сетевого и каналобразующего оборудования [21, 22], так и нормативные документы, например, [17], свидетельствуют об обратном. Является очевидным тот факт, что аппаратура может выходить из строя, частично терять работоспособность, не говоря уже о том, что в системе сетевой сигнализации присутствует ряд аварийных сигналов, свидетельствующих об ошибках при группообразовании, [17]. Сказанное справедливо не только для электронных, но и для оптических уплотняющих устройств – WDM-мультиплексоров, которые на современном этапе реализованы на базе дискретных оптических компонентов – призм [19]. Все эти устройства в той или иной мере подвержены влиянию возмущающих факторов, которые могут характеризоваться электромагнитными помехами

(от работающих промышленных агрегатов, высоковольтных линий электропередач, атмосферных явлений), фоновыми излучениями, широкополосной вибрацией и акустическим шумом, температурными флуктуациями и связанными с ними возмущениями, и т.д.

Возможность моделирования ситуаций, возникающих в результате эксплуатации ВОСП с прогнозом возможного падения качества передачи и надёжности системы, особенно актуальна для сетей предприятий ТЭК, связанных в том числе с газоперекачкой, обеспечением энергоресурсами объектов специального назначения и пр. – везде, где, с одной стороны, как правило, наблюдается значительное влияние возмущающих факторов, с другой стороны, к каждому элементу системы предъявляются требования по обеспечению соответствующего уровня надёжности, отказоустойчивости, ресурса и пожаровзрывобезопасности в соответствии с действующими стандартами [2, 24] в зависимости от требований производства.

Следовательно, существующий математический аппарат МКС не позволяет с достоверностью моделировать реальные ситуации в системах телекоммуникаций и требует доработки.

3.2. Матричный подход к математическому моделированию многоканальной системы связи

Цель предлагаемого подхода [71, 72] к математическому моделированию процесса уплотнения, передачи группового сигнала и последующего его разделения состоит в получении оператора преобразования, содержащего зависящие от времени передаточные функции аппаратных исполнительных устройств МКС в противовес известным операторам, входящим в выражения (3.1) и (3.4). Представляет интерес также возможность отражения детерминированных и стохастических свойств входных сигналов и влияющих внешних воздействий на процесс формирования и передачи группового сигнала.

Суть перечисленного подхода состоит в том, что каждому аппаратному компоненту (устройству), сигналу и т.д., объекту, входящему в МКС, поставлена в соответствие специально организованная матрица. Отличие таких матриц от общеизвестных [37] состоит в способе размещения (расположения) её элементов, о котором, собственно, и пойдёт речь ниже. Кроме этого, каждому действию, производимому в многоканальной системе (каким-либо устройством над каким-либо сигналом) поставлена в соответствие некоторая операция над такими упомянутыми матрицами, в результате чего групповой сигнал содержит информацию не только о компонентных сигналах, но и об устройствах, при помощи которых он был получен. Аналогичное справедливо и на приёмной стороне при разборе уплотнённого сигнала.

Такой подход позволяет, во-первых, прогнозировать реальную оценку качества группового сигнала в зависимости от входных сигналов, работо-

способности аппаратуры и возможном воздействии на неё каких-либо внешних помех. Во-вторых, подход позволяет оценить влияние ошибки, которая может иметь место в групповом сигнале (например, битовая ошибка при приёме STM-N модуля, потеря части информации в уплотнённом скоростном модуле при проскальзывании, и т.д.) на результирующий компонентный сигнал, предназначенный для абонента. Каких-либо иных методик, позволяющих ответить на вопрос о том, как ошибка в групповом сигнале скажется на качестве компонентного сигнала, в настоящее время не существует. Необходимость в таком подходе прежде всего существует на этапе разработки виртуального компьютерного полигона, моделирующего процесс работы современных ВОСП.

Ниже будет показано, что матричная математическая модель МКС может быть распространена на любые схемы уплотнения сигнала – TDM, WDM, частотные и т.д. Но с целью наглядного пояснения и изучения SDH-систем и учитывая, что последние являются наиболее массовыми сегодня в России, кроме того, какого-либо формализованного метода описания АСГ в литературе не представлено, предлагаемый матричный подход развит именно для такого случая: формализованного представления операций АСГ при уплотнении 63-х потоков E1 в модуль STM-1.

3.2.1. Принцип формализации операций алгоритма синхронного группообразования на основе матричной математической модели МКС

Согласно схеме рис. F.1 (Приложение F), АСГ представляет собой набор операций, реализующих преобразование низкоскоростных входных трибных [17] потоков в высокоскоростной выходной агрегатный сигнал. В зависимости от параметров входных сигналов (прежде всего скорости, бит/с) и от требований к агрегатному сигналу (скорости) реализуется тот или иной путь в АСГ. Так, при любом наборе входных и выходного сигналов реализуется три типа операций: *отображение*, *выравнивание* с обработкой указателей и *мультиплексирование*. Каждое из этих действий характеризуется следующим набором элементов:

- 1) входным сигналом (входными сигналами в случае увеличения скорости при мультиплексировании),
- 2) устройством, реализующим данное действие, рис. 2.3, и
- 3) выходным сигналом.

При этом математическое моделирование процесса группообразования в АСГ предполагает, что для каждого элемента по п. 1 ... п. 3 и для каждого действия представлены как временная зависимость, так и исполняемые функциональные свойства. Под функциональными свойствами следует понимать: для устройства – его передаточную функцию (в наиболее простом случае в виде числа, в том числе - вектора, оператора и пр.), количество объединяемых каналов с передаточной функцией объединения, для любого из

сигналов – значение (например, передаваемой оптической мощности), количество входных сигналов. В [71, 72] предложено решение поставленной задачи провести посредством представления каждого из трёх основных действий АСГ в виде математического выражения над математическими объектами. Одним из таких объектов является обобщённый сигнал на входе производимой операции, другим – компонент устройства, выполняющего операцию (рис. 3.2). Третьим объектом является получаемый обобщённый сигнал на выходе операции.

При этом каждый математический объект имеет смысл описывать в виде упорядоченной таблицы (матрицы), одно измерение которой характеризует функциональные свойства (номера элементов обозначены через \tilde{n} на рис. 3.2), другое измерение – изменение этого свойства со временем t : при t_1 , t_2 и т.д. Изменение функционального свойства со временем может быть отражено не только по вертикали или горизонтали, а также и по диагонали матрицы. В последнем случае матрица является диагональной квадратной (количество строк и столбцов совпадают).

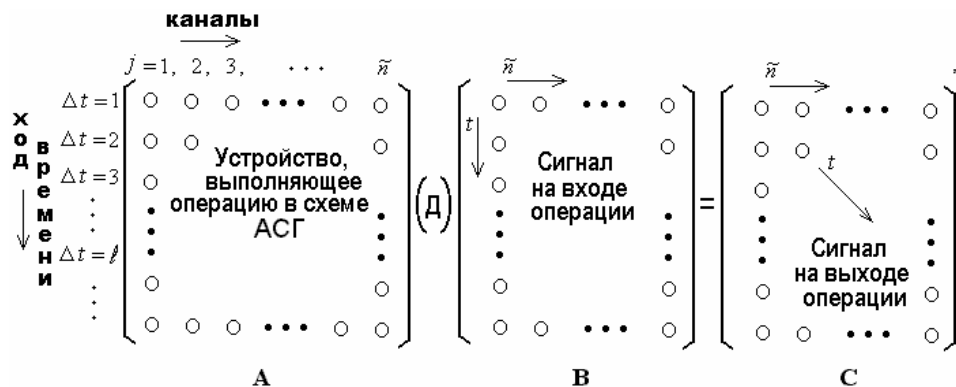


Рис. 3.2. Иллюстрация принципа математического моделирования операций при АСГ.

Буквой Д обозначено производимое математическое действие над матрицами А и В, матрица С - результат. Порядок следования матриц А и В зависит от Д. Окружностями обозначены элементы матриц. Направления хода времени и отсчёта функциональных компонентов (увеличение \tilde{n}) показаны условно стрелками. Иными словами, столбец матрицы А – это фактически один какой-то функциональный элемент, значения которого могут отличаться в разные промежутки времени – для разных значений ℓ

* Под равенством следует понимать операцию равенства в АСГ, описание которой приведено ниже.

Для направления изменения времени размерность каждой такой матрицы в общем случае может принимать бесконечное значение (неограниченный во времени сигнал или срок эксплуатации аппаратуры). В случае диагональной матрицы количество строк (и одновременно количество столбцов) может принимать бесконечное значение. Размерность «функциональной» стороны определяется исходя из поставленной задачи. Например, для терминального мультиплексора, объединяющего 63 потока E1 в модуль STM-1, с учётом служебных входных сигналов (статуса синхронизации, управляющих и пр.), собранного на элементной базе Level One, получаем $\tilde{n} = 72$ входных функциональных элемента [17]. В реально существующих SDH-системах \tilde{n} - конечная величина.

Конкретный вид каждой матрицы (направления изменения t и \tilde{t}) определяется тем, для описания какого объекта она предназначена, и используемым действием (Д), рис. 3.2. Требования к действиям над такими матрицами связаны со спецификой работы МКС и в ряде случаев не позволяют использовать известные [37] матричные операции, вследствие чего введены специальные операции. Эти специфические требования к действиям состоят в следующем:

- Действие должно производиться только над теми элементами матриц, которые соответствуют одному и тому же моменту времени. Это требование соответствует физическому процессу работы системы связи – сигналы, уплотняющая аппаратура и канал связи находятся в едином настоящем времени. Следовательно, результат действия над элементами матриц, которые соответствуют *разным* моментам времени, не имеет физического смысла и ему должно присваиваться нулевое значение.
- Во всех операциях суммирование должно производиться как специальная (не арифметическая) операция - с возможностью обратного преобразования. Требование соответствует возможности демультиплексирования ранее объединённых потоков.

Последнее требование, вообще говоря, выполняется автоматически для ортогональных сигналов – по аналогии с известным выражением (3.1). Действительно, если сигналы ортогональны (например, передаются в течение различных тайм-слотов, не перекрывающихся во времени), то результатом суммирования $F_1(t) \cdot g_1^{tr}(t) + F_2(t) \cdot g_2^{tr}(t) + \dots + F_j(t) \cdot g_j^{tr}(t) + \dots = F_i(t) \cdot g_i^{tr}(t)$ в каждый момент времени является какой-либо единственный сигнал, а все остальные равны нулю вследствие того, что их передатчики выключены в данный момент.

Первое требование отражает реальный физический процесс работы составляющих узлов системы связи.

Важным свойством таких матриц является направление *хода времени*. Так, в общем случае две матрицы одинаковой размерности с элементами,

значения которых равны для одинаковых номеров строки и столбца, не являются тождественными, если не определено направление хода времени. Для несовпадающих направлений в данном примере эти матрицы не равны. В этом смысле рассматриваемые здесь матрицы обладают *векторным свойством*. При описании введённых операций (действий) с такими матрицами направление хода времени должно оговариваться. Так, изображённое на рис. 3.2 действие в краткой записи можно представить в виде

$$[A \downarrow] (Д) [B \downarrow] =^* [C \downarrow]. \quad (3.8)$$

Ниже приведено описание основных введённых операций с такими матрицами (или применительно к рассматриваемому примеру – матрицами объектов АСГ). Для краткости счётчик (номер) направления хода времени t обозначен через ℓ – подобно номеру бита (раздел 1.5), проходящего перед фотоприёмником; счётчик функционального свойства \tilde{n} обозначен через j – подобно номеру объединяемого канала. В общем случае, как упоминалось выше, матрица объекта АСГ может содержать единственный элемент в «функциональном» измерении, т.е. $\tilde{n} = 1$. Тогда правомерно говорить о вектор-столбце (вектор-строке) объекта АСГ.

3.2.2. Основные операции с матрицами объектов МКС

1. *Равенство в АСГ*, обозначено $\equiv_{\text{АСГ}}$, по принципу действия аналогично матричному равенству. Две матрицы объектов АСГ: $A \equiv [a_{\ell j} \downarrow]$ и $B \equiv [b_{\ell j} \downarrow]$ – одинакового размера, в которых направления хода времени совпадают, равны друг другу ($A = B$) в том и только в том случае, если:

$$a_{\ell j} = b_{\ell j} \quad \text{для всех } \ell \text{ и } j. \quad (3.9)$$

2. *Суммирование в АСГ*, обозначено $\uparrow_{\text{АСГ}}$, принцип действия аналогичен матричному суммированию. Операция применяется к матрицам одинакового размера, в которых направления хода времени совпадают:

$$[a_{\ell j} \downarrow] \uparrow_{\text{АСГ}} [b_{\ell j} \downarrow] \equiv [a_{\ell j} \uparrow_{\text{АСГ}} b_{\ell j}] \equiv [c_{\ell j} \downarrow]. \quad (3.10)$$

Результатом является матрица той же размерности с тем же направлением хода времени. Существует обратное преобразование – в случае, когда каждый элемент матрицы B представлен с противоположным знаком.

Данная операция применяется при формализации отображения или выравнивания в АСГ. Матрица устройства A может содержать присоединяемые заголовки (значения, зависящие от работоспособности входных цепей мультиплексора, например, блока LPA, рис. 2.3) в случае отображения, или значения цифровых указателей – в случае выравнивания. Матрица входных сигналов B содержит элементы сигналов, которые обрабатываются.

* Оговаривается так же, как для рис. 3.2.

Результатом является матрица \mathbf{C} , представляющая собой, например, виртуальный контейнер [17], TU или AU-блок, организуемый на базе входного сигнала.

3. *Произведение в АСГ*, обозначено $\times_{\text{АСГ}}$, по принципу действия аналогично матричному произведению. Операция применяется к матрицам с взаимно перпендикулярным направлением хода времени и в случае, когда количество строк одной матрицы соответствует количеству столбцов другой матрицы. Иными словами, форма матриц, к которым применяется произведение в АСГ, должна быть *согласованной* [37]. При произведении в АСГ осуществляется перемножение элементов строки матрицы $[\mathbf{A}\downarrow]$ на соответствующие элементы столбца матрицы $[\mathbf{B}\rightarrow]$ *только* для совпадающих номера строки первой матрицы и номера столбца второй матрицы с последующим суммированием результата (с возможностью последующего деления слагаемых). Для несовпадающих указанных номеров строки и столбца результата операции присваивается значение 0:

$$[\mathbf{a}_{\ell j}\downarrow] \times_{\text{АСГ}} [\mathbf{b}_{j\ell}\rightarrow] \equiv \begin{cases} \left[\sum_{j=1}^{\tilde{n}} a_{\ell j} \cdot b_{j\ell} \right], & \ell = j; \\ 0, & \ell \neq j \end{cases} \equiv [\mathbf{c}_{\ell j}\searrow]. \quad (3.11)$$

В (3.11) знаком Σ представлено суммирование со свойством, оговорённым выше. В результате операции $\times_{\text{АСГ}}$ получается диагональная матрица \mathbf{C} , в которой ход времени осуществляется по диагонали при одновременном увеличении номеров ℓ и j ($\ell = j$), т.е. от $[c_{\ell j}]$ к $[c_{\ell+1, j+1}]$. Отличными от нуля являются только диагональные элементы.

Операция $\times_{\text{АСГ}}$ применяется при формализации мультиплексирования в АСГ. Матрица устройства \mathbf{A} содержит значения, зависящие от работоспособности мультиплексных цепей, например, блоков LPC или HPC, рис. 2.3. Матрица \mathbf{B} содержит элементы объединяемых сигналов. Результат \mathbf{C} представляет групповой сигнал (не путать с выходным модулем STM).

4. *Упрощение в АСГ*, обозначено $\square_{\text{АСГ}}$, применяется к диагональным матрицам объектов АСГ. В результате действия операции диагональная матрица заменяется вектор-строкой с сокращением (отсутствием в написании) индекса, отвечающего за количество каналов:

$$\square_{\text{АСГ}} \begin{pmatrix} B_{11} & & & & \\ & B_{22} & \dots & 0 & \dots \\ & & \dots & & \\ \dots & 0 & \dots & B_{\ell, j} & \dots \\ & & & & B_{\tilde{n}\tilde{n}} \end{pmatrix} \equiv (C_1, C_2, \dots, C_{\ell}, \dots, C_{\tilde{n}}), \quad (3.12)$$

Результат содержит только индекс, определяющий ход времени. Ход времени заменяется с диагонального направления на горизонтальное. То же может быть переписано:

$$\square^{АСГ} [B \rightarrow] \equiv [C \rightarrow]. \quad (3.13)$$

5. *Объединение в АСГ*, обозначено $\sum^{АСГ}$, применяется к вектор-строкам объектов АСГ с горизонтальным направлением хода времени. В результате действия операции указанные вектор-строки объединяются в матрицу объектов АСГ с горизонтальным направлением хода времени:

$$\sum_{j=1}^{\tilde{n}}^{АСГ} (B_{j,1}, B_{j,2}, \dots, B_{j,\ell}, \dots, B_{j,\tilde{N}}) \equiv \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1,\ell} & \dots & C_{1,\tilde{N}} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2,\ell} & \dots & C_{2,\tilde{N}} \\ C_{31} & C_{32} & \dots & C_{3,\ell} & \dots & C_{3,\tilde{N}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{j,1} & C_{j,2} & \dots & C_{j,\ell} & \dots & C_{j,\tilde{N}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{\tilde{n},1} & C_{\tilde{n},2} & \dots & C_{\tilde{n},\ell} & \dots & C_{\tilde{n},\tilde{N}} \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

Счётчик объединения в операции $\sum^{АСГ}$ переносится в счётчик функционального свойства в результирующей матрице объекта АСГ, счётчик хода времени сохраняется. Краткая запись имеет вид

$$\sum^{АСГ} [B \rightarrow] \equiv [C \rightarrow]. \quad (3.15)$$

6. *Усреднение в АСГ*, обозначено $\mathbf{F}_k^{АСГ}(\hat{k})$, применяется к матрицам (или вектор-строкам) объектов АСГ с горизонтальным направлением хода времени. Результатом действия операции является матрица (вектор-строка) объектов АСГ с горизонтальным направлением хода времени, элементы которой определяются по следующему правилу:

$$c_{j,\ell} \equiv \frac{1}{k} \cdot \sum_{\hat{k}=\Pi_1}^{\Pi_2} b_{j,\ell+\hat{k}}, \quad (3.16)$$

значения параметров Π_1 и Π_2 в (3.16) представлены в табл. 3.1.

Таблица 3.1

$\begin{cases} \Pi_1 = 0, \\ \Pi_2 = \hat{k} - 1; \end{cases}$	- в случае, когда элементы, матрицы $[E]$, попадающие на границу такта, считаются принадлежащими левому (предыдущему) такту;
$\begin{cases} \Pi_1 = 1, \\ \Pi_2 = \hat{k}; \end{cases}$	- попадающие на границу такта элементы матрицы $[E]$ считаются принадлежащими правому (последующему) такту; и
$\begin{cases} \Pi_1 = 0, \\ \Pi_2 = \hat{k}; \end{cases}$	- в случае, когда «расстояние» между соседними по ℓ элементами матрицы $[E]$ не имеет рационального соотношения с длительностью такта в рассматриваемой системе передачи

Краткую запись настоящей операции можно представить так:

$$\mathbf{F}_{\tilde{k}}^{\text{АСГ}} [\mathbf{B} \rightarrow] \equiv [\mathbf{C} \rightarrow]. \quad (3.17)$$

7. *Разбиение в АСГ*, обозначена $\mathbf{f}_{\tilde{k}}^{\text{АСГ}}$, применяется к матрицам (или вектор-строкам) объектов АСГ с горизонтальным направлением хода времени. Результатом действия операции является матрица (вектор-строка) объектов АСГ с горизонтальным направлением хода времени, элементы которой определяются выражением

$$c_{j,\ell\tilde{k}} \equiv \dots \equiv c_{j,(\ell+1)\tilde{k}} \equiv b_{j,\ell}. \quad (3.18)$$

В результате $\mathbf{f}_{\tilde{k}}^{\text{АСГ}}$ каждый сигнальный такт в строке по направлению хода времени разбивается на равные длительности с одинаковыми (внутри такта) значениями. Краткая запись настоящей операции имеет вид

$$\mathbf{f}_{\tilde{k}}^{\text{АСГ}} [\mathbf{B} \rightarrow] \equiv [\mathbf{C} \rightarrow]. \quad (3.19)$$

8. *Реорганизация в АСГ*, обозначена $\mathbf{\cong}_{\tilde{k}}^{\text{АСГ}}$, применяется к вектор-строкам объектов АСГ с горизонтальным направлением хода времени, элементы которых были ранее получены путём операции произведения в АСГ. Функционально является обратной операцией по отношению к специальному суммированию при произведении в АСГ. Результатом действия операции $\mathbf{\cong}_{\tilde{k}}^{\text{АСГ}}$ является матрица объектов АСГ с горизонтальным направлением хода времени:

$$\mathbf{\cong}_{\tilde{k}}^{\text{АСГ}} [\mathbf{B} \rightarrow] \equiv [\mathbf{C} \rightarrow], \quad \text{где } c_{j\ell} = b_{\ell j}^{[1]} \cdot b_{j\ell}^{[2]}. \quad (3.20)$$

В (3.20) предполагается, что вектор-строка матрицы \mathbf{B} была ранее получена в результате следующих действий: $\mathbf{\square}_{\text{АСГ}} \{[\mathbf{B}^{[1]} \downarrow] \times_{\text{АСГ}} [\mathbf{B}^{[2]} \rightarrow]\} =_{\text{АСГ}} [\mathbf{B} \rightarrow]$.

Таким образом, введённые в рассмотрение матрицы объектов АСГ и математические операции над ними, представленные выражениями (3.9)...(3.20), позволяют провести формализованное описание действий над сигналами в АСГ при их уплотнении или разделении с учётом реальных характеристик исполняющей аппаратуры.

3.3. Формализованное описание процесса объединения, передачи и разделения каналов на базе матричной модели АСГ

В предыдущем параграфе представлен общий подход к математическому моделированию операций уплотнения каналов в АСГ, цель которого состоит во введении реальных характеристик аппаратуры, исполняющей эти

преобразования. В настоящем разделе приведено формализованное описание алгоритма синхронного группообразования на базе предложенной математической модели для наиболее распространённой телекоммуникационной задачи – уплотнения потоков E1 в модуль STM-1. Согласно схеме, приведённой на рис. F.1, данный процесс может быть реализован двумя путями: через виртуальный контейнер VC-3, что используется в подавляющем большинстве мультиплексоров, а также через виртуальный контейнер VC-4. Другие задачи уплотнения, как будет показано ниже, решаются аналогично. Отметим также, что схемно-аппаратная реализация мультиплексора зависит от решаемой задачи (скорости уплотняемых сигналов, требуемого уровня синхронного модуля и пр.). Пример блок-схемы терминального мультиплексора для пути преобразования $E1 \rightarrow VC-3 \rightarrow STM-1$ приведён на рис. 2.3. Согласно схеме алгоритма группообразования над входными сигналами E1 выполняются следующие операции:

1. Отображение входных сигналов E1 (обозначены C12) в виртуальные контейнеры нижнего ранга VC-12. В схеме рис. F.1 исполняет устройство Lower order Path Adaptation (LPA) [17] – адаптация тракта низшего порядка.
2. Выравнивание виртуальных контейнеров VC-12 с получением блоков TU-12. Исполняет устройство Lower order Path Termination (LPT) – окончание тракта низшего порядка.
3. Мультиплексирование сначала трёх блоков TU-12 с получением блоков TUG-2, затем семи блоков TUG-2 с получением VC-3. Мультиплексирование $\times 21$ в каждом из трёх каналообразующих узлов мультиплексора (рис. 2.3) выполняет устройство Lower order Path Connection (LPC) – соединение трактов низшего порядка.
4. Выравнивание получившихся виртуальных контейнеров VC-3 с получением трёх блоков AU-3. Выполняет устройство Higher Order Assembler (HOA).
5. Мультиплексирование трёх блоков AU-3 с получением AUG-1 и затем STM-1. Выполняет устройство Higher order Path Connection (HPC) – соединение трактов высшего порядка.

Математические операции над входными сигналами E1 в соответствии с введёнными математическими выражениями в предыдущем разделе представлены следующим образом:

- 1) Отображение $E1 \rightarrow VC-12$. Устройствам LPA поставлены в соответствие матрицы объектов АСГ $[LPA^{\{1\}} \rightarrow]$, $[LPA^{\{2\}} \rightarrow]$ и $[LPA^{\{3\}} \rightarrow]$ с горизонтальным направлением хода времени. Каждой группе входных сигналов E1 также поставлены в соответствие матрицы объектов АСГ с горизонтальным направлением хода времени: $[E^{\{1\}} \rightarrow]$, $[E^{\{2\}} \rightarrow]$ и $[E^{\{3\}} \rightarrow]$. Результатом являются матрицы объектов АСГ, характеризующие виртуальные контейнеры нижнего ранга для каждой из групп сигналов в мультиплексоре. Для первой группы:

$$\begin{aligned}
& \left(\begin{array}{cccc} LPA_{11}^{\{1\}} & LPA_{12}^{\{1\}} & \dots & LPA_{1,\ell}^{\{1\}} \dots LPA_{1,\tilde{N}}^{\{1\}} \\ LPA_{21}^{\{1\}} & LPA_{22}^{\{1\}} & \dots & LPA_{2,\ell}^{\{1\}} \dots LPA_{2,\tilde{N}}^{\{1\}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ LPA_{j,1}^{\{1\}} & LPA_{j,2}^{\{1\}} & \dots & \dots LPA_{j,\tilde{N}}^{\{1\}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ LPA_{21,1}^{\{1\}} & LPA_{21,2}^{\{1\}} & \dots & LPA_{21,\ell}^{\{1\}} \dots LPA_{21,\tilde{N}}^{\{1\}} \end{array} \right) \xrightarrow{+ACF} \left(\begin{array}{cccc} \mathcal{E}_{11}^{\{1\}} & \mathcal{E}_{12}^{\{1\}} & \dots & \mathcal{E}_{1,\ell}^{\{1\}} \dots \mathcal{E}_{1,\tilde{N}}^{\{1\}} \\ \mathcal{E}_{21}^{\{1\}} & \mathcal{E}_{22}^{\{1\}} & \dots & \mathcal{E}_{2,\ell}^{\{1\}} \dots \mathcal{E}_{2,\tilde{N}}^{\{1\}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathcal{E}_{j,1}^{\{1\}} & \mathcal{E}_{j,2}^{\{1\}} & \dots & \dots \mathcal{E}_{j,\tilde{N}}^{\{1\}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathcal{E}_{21,1}^{\{1\}} & \mathcal{E}_{21,2}^{\{1\}} & \dots & \mathcal{E}_{21,\ell}^{\{1\}} \dots \mathcal{E}_{21,\tilde{N}}^{\{1\}} \end{array} \right) \xrightarrow{=ACF} \\
& \xrightarrow{=ACF} \left(\begin{array}{cccc} VC-12_{11}^{\{1\}} & VC-12_{12}^{\{1\}} & \dots & VC-12_{1,\ell}^{\{1\}} \dots VC-12_{1,\tilde{N}}^{\{1\}} \\ VC-12_{21}^{\{1\}} & VC-12_{22}^{\{1\}} & \dots & VC-12_{2,\ell}^{\{1\}} \dots VC-12_{2,\tilde{N}}^{\{1\}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ VC-12_{j,1}^{\{1\}} & VC-12_{j,2}^{\{1\}} & \dots & \dots VC-12_{j,\tilde{N}}^{\{1\}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ VC-12_{21,1}^{\{1\}} & VC-12_{21,2}^{\{1\}} & \dots & VC-12_{21,\ell}^{\{1\}} \dots VC-12_{21,\tilde{N}}^{\{1\}} \end{array} \right). \quad (3.21)
\end{aligned}$$

В (3.21) \tilde{N} - количество рассматриваемых интервалов времени. Аналогично для второй и третьей групп сигналов:

$$\begin{aligned}
& [LPA^{\{2\}} \rightarrow] \xrightarrow{+ACF} [\mathcal{E}^{\{2\}} \rightarrow] \xrightarrow{=ACF} [VC-12^{\{2\}} \rightarrow]; \\
& [LPA^{\{3\}} \rightarrow] \xrightarrow{+ACF} [\mathcal{E}^{\{3\}} \rightarrow] \xrightarrow{=ACF} [VC-12^{\{2\}} \rightarrow]. \quad (3.22)
\end{aligned}$$

2) Выравнивание VC-12 \rightarrow TU-12. Устройствам LPT поставлены в соответствие матрицы объектов АСГ $[LPT^{\{1\}} \rightarrow]$, $[LPT^{\{2\}} \rightarrow]$ и $[LPT^{\{3\}} \rightarrow]$. Для первой группы:

$$\begin{aligned}
& \left(\begin{array}{cccc} LPT_{11}^{\{1\}} & LPT_{12}^{\{1\}} & \dots & LPT_{1,\ell}^{\{1\}} \dots LPT_{1,\tilde{N}}^{\{1\}} \\ LPT_{21}^{\{1\}} & LPT_{22}^{\{1\}} & \dots & LPT_{2,\ell}^{\{1\}} \dots LPT_{2,\tilde{N}}^{\{1\}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ LPT_{j,1}^{\{1\}} & LPT_{j,2}^{\{1\}} & \dots & \dots LPT_{j,\tilde{N}}^{\{1\}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ LPT_{21,1}^{\{1\}} & LPT_{21,2}^{\{1\}} & \dots & LPT_{21,\ell}^{\{1\}} \dots LPT_{21,\tilde{N}}^{\{1\}} \end{array} \right) \xrightarrow{+ACF} \left(\begin{array}{cccc} VC-12_{11}^{\{1\}} & VC-12_{12}^{\{1\}} & \dots & VC-12_{1,\ell}^{\{1\}} \dots VC-12_{1,\tilde{N}}^{\{1\}} \\ VC-12_{21}^{\{1\}} & VC-12_{22}^{\{1\}} & \dots & VC-12_{2,\ell}^{\{1\}} \dots VC-12_{2,\tilde{N}}^{\{1\}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ VC-12_{j,1}^{\{1\}} & VC-12_{j,2}^{\{1\}} & \dots & \dots VC-12_{j,\tilde{N}}^{\{1\}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ VC-12_{21,1}^{\{1\}} & VC-12_{21,2}^{\{1\}} & \dots & VC-12_{21,\ell}^{\{1\}} \dots VC-12_{21,\tilde{N}}^{\{1\}} \end{array} \right) \xrightarrow{=ACF} \\
& \xrightarrow{=ACF} \left(\begin{array}{cccc} TU-12_{11}^{\{1\}} & TU-12_{12}^{\{1\}} & \dots & TU-12_{1,\ell}^{\{1\}} \dots TU-12_{1,\tilde{N}}^{\{1\}} \\ TU-12_{21}^{\{1\}} & TU-12_{22}^{\{1\}} & \dots & TU-12_{2,\ell}^{\{1\}} \dots TU-12_{2,\tilde{N}}^{\{1\}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ TU-12_{j,1}^{\{1\}} & TU-12_{j,2}^{\{1\}} & \dots & \dots TU-12_{j,\tilde{N}}^{\{1\}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ TU-12_{21,1}^{\{1\}} & TU-12_{21,2}^{\{1\}} & \dots & TU-12_{21,\ell}^{\{1\}} \dots TU-12_{21,\tilde{N}}^{\{1\}} \end{array} \right). \quad (3.23)
\end{aligned}$$

Аналогично для второй и третьей групп сигналов:

$$\begin{aligned}
& [LPT^{\{2\}} \rightarrow] \xrightarrow{+ACF} [VC-12^{\{2\}} \rightarrow] \xrightarrow{=ACF} [TU-12^{\{2\}} \rightarrow]; \\
& [LPT^{\{3\}} \rightarrow] \xrightarrow{+ACF} [VC-12^{\{3\}} \rightarrow] \xrightarrow{=ACF} [TU-12^{\{2\}} \rightarrow]. \quad (3.24)
\end{aligned}$$

3) Мультиплексирование TU-12 → VC-3. Устройствам LPC поставлены в соответствие матрицы объектов АСГ $[LPC^{\{1\}} \downarrow]$, $[LPC^{\{2\}} \downarrow]$ и $[LPC^{\{3\}} \downarrow]$. Для первой группы:

$$\begin{pmatrix} LPC_{11}^{\{1\}} & LPC_{12}^{\{1\}} & \dots & LPC_{1,j}^{\{1\}} & \dots & LPC_{1,21}^{\{1\}} \\ LPC_{21}^{\{1\}} & LPC_{22}^{\{1\}} & \dots & LPC_{2,j}^{\{1\}} & \dots & LPC_{2,21}^{\{1\}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ LPC_{\ell,1}^{\{1\}} & LPC_{\ell,2}^{\{1\}} & \dots & \dots & \dots & LPC_{\ell,21}^{\{1\}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ LPC_{N,1}^{\{1\}} & LPC_{N,2}^{\{1\}} & \dots & LPC_{N,j}^{\{1\}} & \dots & LPC_{N,21}^{\{1\}} \end{pmatrix} \times_{\text{АСГ}} \begin{pmatrix} TU-12_{11}^{\{3\}} & TU-12_{12}^{\{3\}} & \dots & TU-12_{1,\ell}^{\{3\}} & \dots & TU-12_{1,N}^{\{3\}} \\ TU-12_{21}^{\{3\}} & TU-12_{22}^{\{3\}} & \dots & TU-12_{2,\ell}^{\{3\}} & \dots & TU-12_{2,N}^{\{3\}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ TU-12_{j,1}^{\{3\}} & TU-12_{j,2}^{\{3\}} & \dots & \dots & \dots & TU-12_{j,N}^{\{3\}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ TU-12_{21}^{\{3\}} & TU-12_{212}^{\{3\}} & \dots & TU-12_{21\ell}^{\{3\}} & \dots & TU-12_{21N}^{\{3\}} \end{pmatrix} \stackrel{\text{АСГ}}{=} \begin{pmatrix} M_{11}^{\{3\}} & \dots & 0 & \dots \\ 0 & M_{22}^{\{3\}} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & M_{j,\ell}^{\{3\}} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & M_{N,N}^{\{3\}} \end{pmatrix}. \quad (3.25)$$

$$\square_{\text{АСГ}} \begin{pmatrix} M_{11}^{\{3\}} & \dots & 0 & \dots \\ 0 & M_{22}^{\{3\}} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & M_{j,\ell}^{\{3\}} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & M_{N,N}^{\{3\}} \end{pmatrix} \stackrel{\text{АСГ}}{=} (VC-3_1^{\{3\}}, VC-3_2^{\{3\}}, \dots, VC-3_\ell^{\{3\}}, \dots, VC-3_N^{\{3\}}). \quad (3.26)$$

Аналогично для второй и третьей групп сигналов:

$$\begin{aligned} [LPC^{\{2\}} \downarrow] \times_{\text{АСГ}} [TU-12^{\{2\}} \rightarrow] &\stackrel{\text{АСГ}}{=} [M^{\{2\}} \downarrow]; \\ [LPC^{\{3\}} \downarrow] \times_{\text{АСГ}} [TU-12^{\{3\}} \rightarrow] &\stackrel{\text{АСГ}}{=} [M^{\{3\}} \downarrow]. \end{aligned} \quad (3.27)$$

И далее с получением виртуальных контейнеров верхнего ранга:

$$\begin{aligned} \square_{\text{АСГ}} [M^{\{2\}} \downarrow] &\stackrel{\text{АСГ}}{=} [VC-3^{\{2\}} \rightarrow]; \\ \square_{\text{АСГ}} [M^{\{3\}} \downarrow] &\stackrel{\text{АСГ}}{=} [VC-3^{\{3\}} \rightarrow]. \end{aligned} \quad (3.28)$$

В (3.25) и (3.27) матрицы [M] представляют промежуточный результат.

4) Выравнивание VC-3 → AU-3. Устройствам НОА поставлены в соответствие вектор-строки объектов АСГ $[HOA^{\{1\}} \rightarrow]$, $[HOA^{\{2\}} \rightarrow]$ и $[HOA^{\{3\}} \rightarrow]$. Для первой группы:

$$\begin{aligned} (HOA_1^{\{1\}}, HOA_2^{\{1\}}, \dots, HOA_\ell^{\{1\}}, \dots, HOA_N^{\{1\}}) &\stackrel{\text{АСГ}}{+} \\ &\stackrel{\text{АСГ}}{+} (VC-3_1^{\{1\}}, VC-3_2^{\{1\}}, \dots, VC-3_\ell^{\{1\}}, \dots, VC-3_N^{\{1\}}) \stackrel{\text{АСГ}}{=} \\ &\stackrel{\text{АСГ}}{=} (AU-3_1^{\{1\}}, AU-3_2^{\{1\}}, \dots, AU-3_\ell^{\{1\}}, \dots, AU-3_N^{\{1\}}). \end{aligned} \quad (3.29)$$

Аналогично для второй и третьей групп сигналов:

$$\begin{aligned} [HOA^{\{2\}} \rightarrow] \stackrel{\text{АСГ}}{\neq} [VC-3^{\{2\}} \rightarrow] \stackrel{\text{АСГ}}{=} [AU-3^{\{2\}}]; \\ [HOA^{\{3\}} \rightarrow] \stackrel{\text{АСГ}}{\neq} [VC-3^{\{3\}} \rightarrow] \stackrel{\text{АСГ}}{=} [AU-3^{\{3\}}]. \end{aligned} \quad (3.30)$$

5) Мультиплексирование $AU-3 \rightarrow STM-1$. Устройству НРС поставлена в соответствие матрица объектов АСГ $[HPC \downarrow]$ размерностью $\tilde{N} \times 3$. С использованием промежуточной матрицы $[G]$ запишем:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^3 \stackrel{\text{АСГ}}{=} (AU-3_1^{(j)}, AU-3_2^{(j)}, \dots, AU-3_\ell^{(j)}, \dots, AU-3_{\tilde{N}}^{(j)}) \stackrel{\text{АСГ}}{=} \\ \stackrel{\text{АСГ}}{=} \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & \dots & G_{1,\ell} & \dots & G_{1,\tilde{N}} \\ G_{21} & G_{22} & \dots & G_{2,\ell} & \dots & G_{2,\tilde{N}} \\ G_{31} & G_{32} & \dots & G_{3,\ell} & \dots & G_{3,\tilde{N}} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3.31)$$

и окончательно:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} HPC_{11} & HPC_{12} & HPC_{13} \\ HPC_{21} & HPC_{22} & HPC_{23} \\ \dots & \dots & \dots \\ HPC_{\ell,1} & HPC_{\ell,2} & HPC_{\ell,3} \\ \dots & \dots & \dots \\ HPC_{\tilde{N},1} & HPC_{\tilde{N},2} & HPC_{\tilde{N},3} \end{pmatrix} \times \stackrel{\text{АСГ}}{=} \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & \dots & G_{1,\ell} & \dots & G_{1,\tilde{N}} \\ G_{21} & G_{22} & \dots & G_{2,\ell} & \dots & G_{2,\tilde{N}} \\ G_{31} & G_{32} & \dots & G_{3,\ell} & \dots & G_{3,\tilde{N}} \end{pmatrix} \stackrel{\text{АСГ}}{=} \\ \stackrel{\text{АСГ}}{=} \begin{pmatrix} STM-1_{11}^{tr} & \dots & 0 & \dots \\ 0 & STM-1_{22}^{tr} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & STM-1_{j,\ell}^{tr} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & STM-1_{\tilde{N},\tilde{N}}^{tr} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Полученное выражение (3.32) для группового сигнала STM-1 содержит не только элементы входных сигналов подобно известному (3.1), но также и характеристики, отражающие реальную работоспособность аппаратуры. Компоненты выходного сигнала зависят как от возмущающих факторов во входных сигналах, так и от стохастических свойств узлов мультиплексора. Верхний индекс tr характеризует передаваемый сигнал (translate), поступающий на вход оптического группового канала передачи.

Как отмечалось в главах 1 и 2 настоящей монографии, реальные входные сигналы имеют не только искажённую форму вследствие действия шума и джиттера, но также обладают отклонениями в скорости (длительности тактового интервала). Последняя причина приводит к появлению *временного рассогласования*, введённого в разделе 1.5, – отличию длительности такта принимаемого сигнала от «маски» считывания во входных цепях мультиплексора. Рассогласование приводит к неправильному восприятию информа-

ции в течение тактового интервала. Отслеживание величины рассогласования во входных сигналах предложенной матричной математической моделью АСГ осуществляется посредством представления каждого бита входных сигналов несколькими элементами матрицы $[E]$, расположенными по направлению хода времени, рис. 3.1. Так, каждый бит j -го сигнала Е1 в (3.21) должен быть представлен не единственным ℓ -м элементом матрицы $[E]$, а несколькими: например, от ℓ до $\ell + \hat{k}$. Точность описания, т.е. количество разбиений сигнального бита \hat{k} , выбирается исходя из требований решаемой задачи. В этом случае выражение (3.21) должно записываться относительно контейнеров С-12:

$$\begin{aligned} [LPA^{\{1\}} \rightarrow] & \stackrel{\text{АСГ}}{=} [C-12^{\{1\}} \rightarrow] \stackrel{\text{АСГ}}{=} [VC-12^{\{1\}} \rightarrow]; \\ [LPA^{\{2\}} \rightarrow] & \stackrel{\text{АСГ}}{=} [C-12^{\{2\}} \rightarrow] \stackrel{\text{АСГ}}{=} [VC-12^{\{2\}} \rightarrow]; \\ [LPA^{\{3\}} \rightarrow] & \stackrel{\text{АСГ}}{=} [C-12^{\{3\}} \rightarrow] \stackrel{\text{АСГ}}{=} [VC-12^{\{3\}} \rightarrow]. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Контейнеры С-12 (или любые другие входные контейнеры) представляют собой содержимое входных буферов мультиплексора. Возможное несоответствие информации между Е1 и С-12 имеет место при перезаписи принимаемых сигналов и связано с рассогласованием тактовых интервалов. Далее начиная с контейнеров типа С все преобразования делаются относительно такта мультиплексора («маски» приёмника), и на эти преобразования возможная несинхронность входных сигналов *не оказывает влияния*.

Для формального описания процесса перезаписи Е1 \rightarrow С-12 используется введённая операция $\mathbf{F}_k^{\text{АСГ}}$, применяемая к матрицам трёх групп рассматриваемых входных сигналов Е1 (в примере Е1 \rightarrow STM-1). Результатом являются матрицы входных контейнеров, рис. 3.3:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_k^{\text{АСГ}} [E^{\{1\}} \rightarrow] & \stackrel{\text{АСГ}}{=} [C-12^{\{1\}} \rightarrow]; \\ \mathbf{F}_k^{\text{АСГ}} [E^{\{2\}} \rightarrow] & \stackrel{\text{АСГ}}{=} [C-12^{\{2\}} \rightarrow]; \\ \mathbf{F}_k^{\text{АСГ}} [E^{\{3\}} \rightarrow] & \stackrel{\text{АСГ}}{=} [C-12^{\{3\}} \rightarrow]. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Значения элементов матриц $[C-12]$ зависят от параметров входных сигналов: шума, джиттера и рассогласования в каждом канале.

Прохождение группового сигнала STM-1 по линейному тракту моделируется по аналогии с известным выражением (3.2).

Влияние оптического канала на качество передаваемого сигнала представлено на базе вектор-столбца $[\bullet \downarrow]$ объекта АСГ:

$$\begin{pmatrix} STM-1_{11}^{tr} & \dots & 0 & \dots \\ 0 & STM-1_{22}^{tr} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & STM-1_{j,\ell}^{tr} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & STM-1_{\tilde{N},\tilde{N}}^{tr} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \bullet_1 \\ \bullet_2 \\ \dots \\ \bullet_\ell \\ \dots \\ \bullet_{\tilde{N}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} STM-1_1^{rec} \\ STM-1_2^{rec} \\ \dots \\ STM-1_\ell^{rec} \\ \dots \\ STM-1_{\tilde{N}}^{rec} \end{pmatrix}. \quad (3.35)$$

В (3.35) использованы известные матричные операции – произведение и равенство матриц [37] вследствие того, что дополнительные оговорённые выше свойства матриц объектов АСГ здесь выполняются автоматически. Верхний индекс *rec* предназначен для обозначения группового сигнала, принимаемого (receive) после прохождения оптического канала передачи. Для формализованного описания принимаемого сигнала использован вектор-столбец объекта АСГ [$STM-1^{rec} \downarrow$].

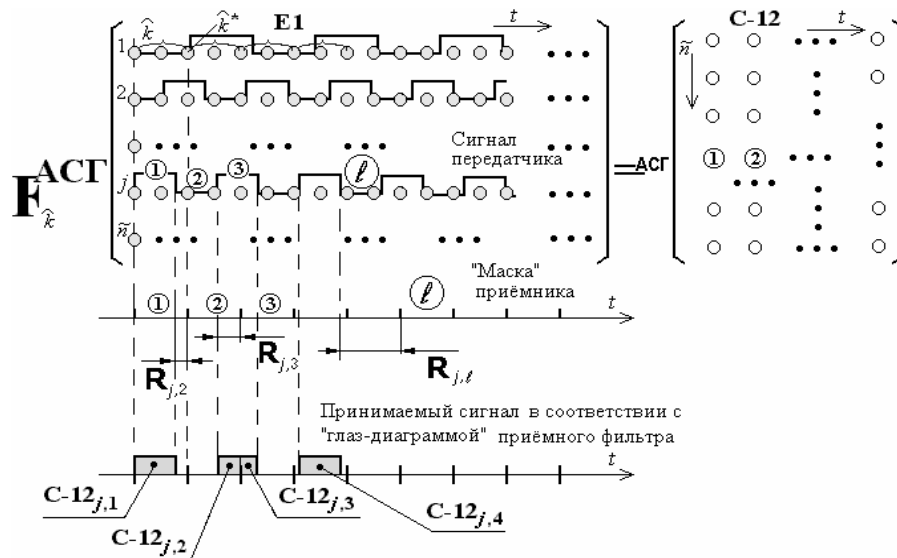


Рис. 3.3. Иллюстрация действия операции усреднения в АСГ в задаче объединения 63-х потоков E1 в синхронный модуль STM-1

Реальное количество элементов \hat{k} (используемое при машинном моделировании, в вычислительном эксперименте и пр.) существенно более трёх, изображённых на рисунке. Вследствие этого для определённости крайние элементы, такие как \hat{k}^* , попадающие на момент переключения такта, должны рассматриваться аналогично одностороннему пределу: всегда попадать только в левый или только в правый интервал. Возможен иной подход к рассмотрению границ интервала: задание расстояния между \hat{k} и $(\hat{k} + 1)$, не имеющего рационального соотношения с длительностью «маски» приёмника, что исключит (кроме значения $\hat{k} = 1$) попадание элемента матрицы [\mathcal{E}] на границу такта

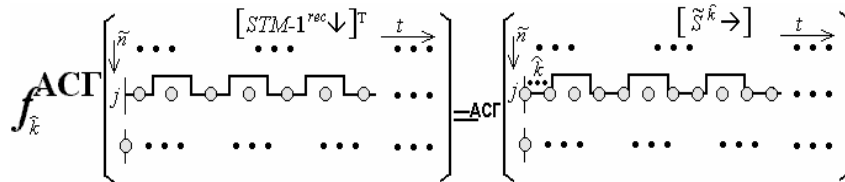


Рис. 3.4. Иллюстрация действия операции разбиения в АСТ

В (3.35) предполагается также, что значения действующей помехи $\bullet(t)$, включающей в себя шумы $\tilde{N}_{STM}(t)$ и дрожания фазы $\tilde{\Phi}_{STM}(t)$ в STM-сигнале, меняются медленно на протяжении тактового интервала Δt_{STM} .

Принцип формализованного описания разборки группового сигнала построен на базе операций, функциональное действие которых является обратным по отношению к представленным выше (3.21) ÷ (3.32).

В случае, когда сегмент сети организован в соответствии с сетевой топологией «точка - точка», разборка группового сигнала производится до уровня низкоскоростных компонентных сигналов Е1. Однако это соединение в SDH как самостоятельное используется достаточно редко даже на сетях небольших ведомств. При необходимости такая связь организуется на базе плезиохронной или DXL-аппаратуры. Основным достоинством разветвлённых SDH-систем является послынная структура (семиуровневая модель) [17], в которой широко используется обмен между абонентами не столько компонентными сигналами, сколько виртуальными контейнерами – при передаче в слоях трактов нижнего или верхнего рангов. Последний является основным режимом работы для «последовательной линейной цепи» и как её разновидности – кольцевой топологии. Прохождение информации через несколько сетевых узлов также производится на базе обмена виртуальными контейнерами. В таком режиме разборка STM-модуля производится до уровня виртуальных контейнеров.

Тем не менее при любой сетевой топологии передача информации через сетевые узлы (перенаправление, изменение маршрута) связана с выполнением следующих основных операций:

- 1) запись в буфер поступающего на вход приёмника сигнала,
- 2) переобозначение информационных блоков – изъятие одних заголовков и добавление других, и
- 3) непосредственно демультиплексирование – выбор какого-либо одного информационного блока (виртуального контейнера, административного блока, группы или компонентного сигнала) из нескольких.

Формализованное описание п.п. 1...3 также реализуется на базе введённых в разделе 3.2 математических операций с матрицами объектов АСТ. Целью формализованного описания операции записи в буфер является учёт возможного несоответствия длительностей такта сигнала и «маски» приёмника. Учёт производится посредством разбиения каждого сигнального бита на некоторое количество \tilde{k} составляющих и последующего усреднения ре-

ально записываемого результата с учётом рассогласования, рис. 3.3. Так как результатом выражения (3.35) получается вектор-столбец объекта АСГ, в котором каждый такт характеризуется единственным элементом, необходимо использование предварительной операции разбиения сигнального такта (разбиения в АСГ $f_k^{АСГ}$) на равные длительности с одинаковыми (внутри такта) значениями сигнала на каждом таком участке, рис. 3.4. Для применения разбиения в АСГ предварительно вектор-столбец $[STM-1^{rec} \downarrow]$ транспонируется, [37]. Далее по аналогии к схеме рис. 3.3 применяется операция усреднения в АСГ, являющаяся формализованным описанием операции записи сигнала во входной буфер:

$$f_k^{АСГ} [STM-1^{rec} \downarrow]^T \stackrel{АСГ}{=} [\tilde{S}^{\hat{k}} \rightarrow], \quad (3.36)$$

$$F_k^{АСГ} [\tilde{S}^{\hat{k}} \rightarrow] \stackrel{АСГ}{=} [C^{Bx} \rightarrow]. \quad (3.37)$$

В (3.36) и (3.37) $[\tilde{S}^{\hat{k}} \rightarrow]$ – промежуточный результат, $[C^{Bx} \rightarrow]$ – содержимое входного буфера приёмника. Обозначение соответствует G.707.

Формализованное описание дальнейшей обработки сигнала, связанной с переобозначением (перезаписью) заголовков, проводится с использованием действия $\stackrel{АСГ}{\neq}$. Изъятие заголовков производится над матрицами (вектор-строками) сигналов АСГ посредством матриц (вектор-строк) устройств АСГ с элементами последних, значения которых представлены со знаком «-». В рассматриваемом примере приёма модуля STM-1 из группового канала содержимое входного буфера C^{Bx} после перезаписи заголовков обобщённым устройством с матрицей объекта АСГ $[УСТ \rightarrow]$ преобразуется в административную группу AUG-1:

$$[УСТ \rightarrow] \stackrel{АСГ}{\neq} [C^{Bx} \rightarrow] \stackrel{АСГ}{=} [AUG-1 \rightarrow]. \quad (3.38)$$

Формализованное описание операции демультиплексирования реализовано на базе операций реорганизации в АСГ $\stackrel{АСГ}{\neq}$ и далее произведения в АСГ:

$$\begin{aligned} & \stackrel{АСГ}{\neq} \sum_{j=1}^3 (AUG -1_1, AUG -1_2, \dots, AUG -1_\ell, \dots, AUG -1_{\bar{N}}) \stackrel{АСГ}{=} \\ & \stackrel{АСГ}{=} \begin{pmatrix} GG_{11} & GG_{12} & \dots & GG_{1,\ell} & \dots & GG_{1,\bar{N}} \\ GG_{21} & GG_{22} & \dots & GG_{2,\ell} & \dots & GG_{2,\bar{N}} \\ GG_{31} & GG_{32} & \dots & GG_{3,\ell} & \dots & GG_{3,\bar{N}} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.39)$$

и далее:

$$\begin{pmatrix} 0 & D_{1,2} & 0 \\ 0 & D_{2,2} & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & D_{\ell,2} & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & D_{N,2} & 0 \end{pmatrix} \times_{\text{АСГ}} \begin{pmatrix} GG_{11} & GG_{12} & \dots & GG_{1,\ell} & \dots & GG_{1,N} \\ GG_{21} & GG_{22} & \dots & GG_{2,\ell} & \dots & GG_{2,N} \\ GG_{31} & GG_{32} & \dots & GG_{3,\ell} & \dots & GG_{3,N} \end{pmatrix} =_{\text{АСГ}} \begin{pmatrix} AU-3_{11}^{(2)} & \dots & 0 & \dots \\ 0 & AU-3_{22}^{(2)} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & AU-3_{j,\ell}^{(2)} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & AU-3_{N,N}^{(2)} \end{pmatrix}. \quad (3.40)$$

В (3.40) матрица выбирающего устройства АСГ $[D\psi]$ настроена на выбор административного блока второй группы компонентных сигналов. Выражениями (3.39) и (3.40) описаны операции в МКС-системе, аналогичные известным (3.4), (3.5). В отличие от известных, данные выражения содержат характеристики, отражающие реальную работоспособность узлов аппаратуры уплотнения и разделения каналов.

Таким образом, представленные выражения (3.21)...(3.40) демонстрируют формализованный подход к процессам объединения, передачи и разделения компонентных сигналов на базе операций АСГ с учётом реальных характеристик исполняющей аппаратуры, системы синхронизации, каналов передачи и параметров сигналов. Предложенный подход позволяет отслеживать возможное влияние помех и искажений как на сигнал, так и на преобразующую аппаратуру, влияние процессов старения последней и т.д. на получающийся в результате преобразований сигнал благодаря введению временной зависимости в операции группообразования. При наличии каких-либо ошибок в групповом сигнале (потеря одного или нескольких бит) с использованием матричной модели МСК имеется возможность оценки искажений, которые будут иметь место в низкоскоростных компонентных сигналах. Такая математическая модель обеспечивает наглядность в работе аппаратуры уплотнения и группового тракта как по количеству объединяемых каналов, так и с течением времени.

3.4. Допущения и предположения матричной модели МКС

Предложенная математическая модель многоканальной системы передачи, представленная на примере формализованного описания АСГ, справедлива при действии следующих предположений и допущений.

- I. Предполагается, что влияющие факторы, действующие на активную аппаратуру уплотнения и каналы передачи, могут изменять значения:
 - передаточных функций компонентов аппаратуры (элементов матрицы устройств типа А, предназначенных для формализованного описания реаль-

ной работоспособности узлов аппаратуры в АСГ, рис. 3.2),

- параметров сигналов – амплитуды, длительности такта (элементов матрицы сигналов типа **В**, предназначенных для формализованного описания реальных сигналов в АСГ, рис. 3.2).

II. Указанные выше влияющие факторы не могут оказать влияние на:

- последовательность действий при группообразовании (задаваемую последовательность математических действий в разделе 3.3 для рассматриваемой телекоммуникационной задачи). Предполагается, что эта последовательность определяется конструктивно, например, расположением и структурой микросхем*, если рассматривается электронное устройство, физическими свойствами среды, например, градиентами преломления – в случае моделирования оптического уплотняемого устройства;

- вид (принцип) осуществляемого действия* в случае, если последний определяется схемно-конструктивным решением.

III. Так же как и в известной математической модели [8], здесь предполагается линейность разделения сигналов, т.е. отсутствие взаимного нелинейного влияния объединяемых или разделяемых каналов.

Разработанная матричная модель АСГ предполагает ортогональность сигналов в соответствии с (3.6). Такое предположение имеет физический смысл, так как аппаратура производит переключение, как правило, сигналов малой мощности – порядка 1 мВт. Кроме того, неортогональность сигналов при TDM-мультиплексировании означала бы одновременную – в течение одного какого-либо тайм-слота [17] – передачу (обработку) сигналов различных приложений, что нереализуемо.

IV. Выражения (3.21)...(3.40) справедливы для случая, когда изменения функциональных характеристик аппаратуры являются медленными на протяжении тактового интервала в системе передачи.

Следовательно, выбрав единичный интервал времени изменения передаточных характеристик мультиплексора равным такту в системе передачи $\sim 0.488 \cdot 10^{-6}$ с, ограничиваем частотность (скорость действия) помехи. При необходимости учета более быстротекущих возмущающих процессов предложенная математическая модель позволяет выбирать исследуемый интервал времени меньшей величиной, но кратной $\sim 0.488 \cdot 10^{-6}$ с. Тогда каждый элемент матриц объектов АСГ будет характеризовать промежуток времени, меньший такта по аналогии со схемой, изображённой на рис. 3.3.

* Для электронных устройств, собранных на ПЛИС-ах, представленная модель требует доработки.

- V. Матричная математическая модель АСГ предполагает неизменность длительности такта внутри преобразующей аппаратуры. Иначе если имеет место девиация временного такта в аппаратуре, то возможное изменение длительности такта происходит одновременно во всех составляющих узлах (в 1...5 по рис. 2.3) и на одинаковую величину.

Здесь имеется в виду, что возможное изменение качества (статуса) синхронизации для какого-либо ГСЭ (мультиплексора) приводит к отличию длительности такта в рассматриваемом ГСЭ от номинального значения Δt , установленного НТД. При передаче цифрового сигнала с такого сетевого узла на последующие узлы по сети там (далее) наблюдается рассогласование временного интервала, если качество синхронизации для тех (последующих) приёмных узлов отличается от рассматриваемого узла. Последнее приводит к неправильному восприятию информации в такте и т.д. Но на рассматриваемом сетевом узле (мультиплексоре) все преобразования сигналов внутри мультиплексора в соответствии с АСГ производятся относительно установившейся длительности такта, пусть даже обладающего ДВИ. Возможная ДВИ внутри мультиплексора не сказывается на качестве преобразований, так как такой такт является единым для всех составляющих ГСЭ.

Переход в известную модель. Известная модель [8] предполагает идеальность преобразующей аппаратуры, т.е. неизменность характеристик аппаратуры со временем. Для идеальной аппаратуры, полагая значения элементов матриц мультиплексирующих устройств и устройств присоединения заголовков АСГ тождественно равными единице, матриц устройств цифрового выравнивания АСГ тождественно равными нулю, получаем матрицу выходного сигнала АСГ, содержащую сумму входных компонентных сигналов, аналогично (3.1).

При передаче сигнала по линейному тракту известная математическая модель предполагает влияние канала на передаваемый сигнал (3.2). Предлагаемая математическая модель АСГ также даёт возможность произвести учет помех и возмущений в канале связи посредством матрицы помех [●].

Операция разделения в известной модели предполагает избирательность воздействия оператора \mathcal{T}_j приёмного устройства j -го канала на групповой сигнал, выражение (3.4). Предлагаемая математическая модель обеспечивает однозначную избирательность демультиплексора – умножение столбца демультиплексирующего канала в матрице демультиплексора АСГ (3.40) на соответствующую строку в матрице сигнала.

Состоятельность [37] разработанной математической модели МКС видна из примера формализованного описания АСГ в задаче E1 → STM-1. Любая аналогичная задача объединения или разделения каналов по схеме рис. F1 может быть решена на базе введённых операций. Последнее имеет место, так как для любой задачи в АСГ определяющими являются действия

отображения, выравнивания и мультиплексирования, описанные формализованно в разделе 3.2.

Основные операции – суммирование и произведение в АСГ – являются независимыми. Это вытекает из невозможности получения матрицы объекта АСГ с изменённым (отличным от начального объекта) направлением хода времени при суммировании в АСГ по отношению к произведению в АСГ.

Кроме этого, так как результат действия операций 1...8, представляемых выражениями (3.9) ... (3.20), принадлежит также к объектам АСГ, более точно – к сигналам объектов АСГ, можно говорить о замкнутости [73, 74] системы введённых в разделе 3.2 операций. Иными словами, результат действия по рис. 3.2 является также матрицей (вектор-строкой или вектор-столбцом) сигнала АСГ, обладающей как функциональным направлением, так и направлением хода времени. К такому выходному объекту в свою очередь может быть вновь применена какая-либо из операций 1...8. С этой точки зрения можно говорить о кольце [71] объектов АСГ Υ с двумя бинарными операциями – суммированием (3.10) и произведением (3.11) в АСГ.

Замкнутость кольца Υ (в смысле [74]) легко проверяется в результате приведённых ниже преобразований. Свойство замкнутости означает, что для матриц объектов АСГ [A], [B], [C] и [D] (или $[D^{(1)}]$ и $[D^{(2)}]$), в которых направление хода времени определено, тождественно выполняются следующие соотношения:

$$\begin{aligned}
 & \checkmark \quad [A \rightarrow] \overset{\text{АСГ}}{+} \{ [B \rightarrow] \overset{\text{АСГ}}{+} [C \rightarrow] \} \overset{\text{АСГ}}{=} \{ [A \rightarrow] \overset{\text{АСГ}}{+} [B \rightarrow] \} \overset{\text{АСГ}}{+} [C \rightarrow]; \\
 & \checkmark \quad [A \rightarrow] \overset{\text{АСГ}}{+} [B \rightarrow] \overset{\text{АСГ}}{=} [B \rightarrow] \overset{\text{АСГ}}{+} [A \rightarrow]; \\
 & \checkmark \quad [-A \rightarrow] \overset{\text{АСГ}}{+} \{ [A \rightarrow] \overset{\text{АСГ}}{+} [B \rightarrow] \} \overset{\text{АСГ}}{=} [B \rightarrow]; \text{ и} \\
 & \checkmark \quad [D \downarrow] \overset{\text{АСГ}}{\times} \{ [A \rightarrow] \overset{\text{АСГ}}{+} [B \rightarrow] \} \overset{\text{АСГ}}{=} [D \downarrow] \overset{\text{АСГ}}{\times} [A \rightarrow] \overset{\text{АСГ}}{+} [D \downarrow] \overset{\text{АСГ}}{\times} [B \rightarrow].
 \end{aligned} \tag{3.41}$$

Последнее утверждение без приложений к телекоммуникационным системам может быть представлено следующим образом:

$$\{ [D^{(1)} \downarrow] \overset{\text{АСГ}}{+} [D^{(2)} \downarrow] \} \overset{\text{АСГ}}{\times} [A \rightarrow] \overset{\text{АСГ}}{=} [D^{(1)} \downarrow] \overset{\text{АСГ}}{\times} [A \rightarrow] \overset{\text{АСГ}}{+} [D^{(2)} \downarrow] \overset{\text{АСГ}}{\times} [A \rightarrow].$$

Заметим, что первые три соотношения в (3.41) являются очевидными для матриц объектов АСГ. В развёрнутом виде их можно переписать следующим образом. Для левой части первого из соотношений:

$$\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1,\ell} & \dots & b_{1,\bar{N}} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2,\ell} & \dots & b_{2,\bar{N}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{j,1} & b_{j,2} & \dots & b_{j,\ell} & \dots & b_{j,\bar{N}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{\bar{n},1} & b_{\bar{n},2} & \dots & b_{\bar{n},\ell} & \dots & b_{\bar{n},\bar{N}} \end{pmatrix} \overset{\text{АСГ}}{+} \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1,\ell} & \dots & c_{1,\bar{N}} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2,\ell} & \dots & c_{2,\bar{N}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{j,1} & c_{j,2} & \dots & c_{j,\ell} & \dots & c_{j,\bar{N}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{\bar{n},1} & c_{\bar{n},2} & \dots & c_{\bar{n},\ell} & \dots & c_{\bar{n},\bar{N}} \end{pmatrix} \overset{\text{АСГ}}{=}$$

$$\stackrel{=ACF}{=} \begin{pmatrix} b_{11}+c_{11} & b_{12}+c_{12} & \dots & b_{1,\ell}+c_{1,\ell} & \dots & b_{1,\bar{N}}+c_{1,\bar{N}} \\ b_{21}+c_{21} & b_{22}+c_{22} & \dots & b_{2,\ell}+c_{2,\ell} & \dots & b_{2,\bar{N}}+c_{2,\bar{N}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{j,1}+c_{j,1} & b_{j,2}+c_{j,2} & \dots & b_{j,\ell}+c_{j,\ell} & \dots & b_{j,\bar{N}}+c_{j,\bar{N}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{\bar{n},1}+c_{\bar{n},1} & b_{\bar{n},2}+c_{\bar{n},2} & \dots & b_{\bar{n},\ell}+c_{\bar{n},\ell} & \dots & b_{\bar{n},\bar{N}}+c_{\bar{n},\bar{N}} \end{pmatrix}, \quad (3.42)$$

и далее

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1,\ell} & \dots & a_{1,\bar{N}} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2,\ell} & \dots & a_{2,\bar{N}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{j,1} & a_{j,2} & \dots & a_{j,\ell} & \dots & a_{j,\bar{N}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{\bar{n},1} & a_{\bar{n},2} & \dots & a_{\bar{n},\ell} & \dots & a_{\bar{n},\bar{N}} \end{pmatrix} \stackrel{+ACF}{+} \begin{pmatrix} b_{11}+c_{11} & b_{12}+c_{12} & \dots & b_{1,\ell}+c_{1,\ell} & \dots & b_{1,\bar{N}}+c_{1,\bar{N}} \\ b_{21}+c_{21} & b_{22}+c_{22} & \dots & b_{2,\ell}+c_{2,\ell} & \dots & b_{2,\bar{N}}+c_{2,\bar{N}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{j,1}+c_{j,1} & b_{j,2}+c_{j,2} & \dots & b_{j,\ell}+c_{j,\ell} & \dots & b_{j,\bar{N}}+c_{j,\bar{N}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{\bar{n},1}+c_{\bar{n},1} & b_{\bar{n},2}+c_{\bar{n},2} & \dots & b_{\bar{n},\ell}+c_{\bar{n},\ell} & \dots & b_{\bar{n},\bar{N}}+c_{\bar{n},\bar{N}} \end{pmatrix} \stackrel{=ACF}{=} \begin{pmatrix} a_{11}+b_{11}+c_{11} & a_{12}+b_{12}+c_{12} & \dots & a_{1,\ell}+b_{1,\ell}+c_{1,\ell} & \dots & a_{1,\bar{N}}+b_{1,\bar{N}}+c_{1,\bar{N}} \\ a_{21}+b_{21}+c_{21} & a_{22}+b_{22}+c_{22} & \dots & a_{2,\ell}+b_{2,\ell}+c_{2,\ell} & \dots & a_{2,\bar{N}}+b_{2,\bar{N}}+c_{2,\bar{N}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{j,1}+b_{j,1}+c_{j,1} & a_{j,2}+b_{j,2}+c_{j,2} & \dots & a_{j,\ell}+b_{j,\ell}+c_{j,\ell} & \dots & a_{j,\bar{N}}+b_{j,\bar{N}}+c_{j,\bar{N}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{\bar{n},1}+b_{\bar{n},1}+c_{\bar{n},1} & a_{\bar{n},2}+b_{\bar{n},2}+c_{\bar{n},2} & \dots & a_{\bar{n},\ell}+b_{\bar{n},\ell}+c_{\bar{n},\ell} & \dots & a_{\bar{n},\bar{N}}+b_{\bar{n},\bar{N}}+c_{\bar{n},\bar{N}} \end{pmatrix}. \quad (3.43)$$

Очевидно, что результат действий, записанных в правой части первого соотношения, окажется совпадающим с результатом (3.43). Аналогично для второго соотношения в (3.41). Следует сделать оговорку, что суммирование элементов в (3.42) и (3.43) и далее в общем случае необходимо понимать в смысле специальной оговорённой выше операции - с возможностью обратного преобразования. И лишь для ортогональных сигналов соотношения остаются справедливыми и для арифметического суммирования. Справедливость третьего соотношения в (3.41) проверяется аналогично, причём автоматически выполняется для арифметического суммирования элементов рассматриваемых матриц. Для четвёртого соотношения представим отдельно его левую и правую части:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1,\ell} & \dots & a_{1,\bar{N}} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2,\ell} & \dots & a_{2,\bar{N}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{j,1} & a_{j,2} & \dots & a_{j,\ell} & \dots & a_{j,\bar{N}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{\bar{n},1} & a_{\bar{n},2} & \dots & a_{\bar{n},\ell} & \dots & a_{\bar{n},\bar{N}} \end{pmatrix} \stackrel{+ACF}{+} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1,\ell} & \dots & b_{1,\bar{N}} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2,\ell} & \dots & b_{2,\bar{N}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{j,1} & b_{j,2} & \dots & b_{j,\ell} & \dots & b_{j,\bar{N}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{\bar{n},1} & b_{\bar{n},2} & \dots & b_{\bar{n},\ell} & \dots & b_{\bar{n},\bar{N}} \end{pmatrix} \stackrel{=ACF}{=} \begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \dots & a_{1,\ell}+b_{1,\ell} & \dots & a_{1,\bar{N}}+b_{1,\bar{N}} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \dots & a_{2,\ell}+b_{2,\ell} & \dots & a_{2,\bar{N}}+b_{2,\bar{N}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{j,1}+b_{j,1} & a_{j,2}+b_{j,2} & \dots & a_{j,\ell}+b_{j,\ell} & \dots & a_{j,\bar{N}}+b_{j,\bar{N}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{\bar{n},1}+b_{\bar{n},1} & a_{\bar{n},2}+b_{\bar{n},2} & \dots & a_{\bar{n},\ell}+b_{\bar{n},\ell} & \dots & a_{\bar{n},\bar{N}}+b_{\bar{n},\bar{N}} \end{pmatrix}, \quad (3.44)$$

и далее

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & \cdots & D_{1,j} & \cdots & D_{1,\bar{n}} \\ D_{21} & D_{22} & \cdots & D_{2,j} & \cdots & D_{2,\bar{n}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ D_{\ell,1} & D_{\ell,2} & \cdots & D_{\ell,j} & \cdots & D_{\ell,\bar{n}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ D_{\bar{N},1} & D_{\bar{N},2} & \cdots & D_{\bar{N},j} & \cdots & D_{\bar{N},\bar{n}} \end{pmatrix} \times_{\text{ACF}} \begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots & a_{1,\ell}+b_{1,\ell} & \cdots & a_{1,\bar{N}}+b_{1,\bar{N}} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \cdots & a_{2,\ell}+b_{2,\ell} & \cdots & a_{2,\bar{N}}+b_{2,\bar{N}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{j,1}+b_{j,1} & a_{j,2}+b_{j,2} & \cdots & a_{j,\ell}+b_{j,\ell} & \cdots & a_{j,\bar{N}}+b_{j,\bar{N}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{\bar{n},1}+b_{\bar{n},1} & a_{\bar{n},2}+b_{\bar{n},2} & \cdots & a_{\bar{n},\ell}+b_{\bar{n},\ell} & \cdots & a_{\bar{n},\bar{N}}+b_{\bar{n},\bar{N}} \end{pmatrix} \stackrel{=}{\text{ACF}} \\
 & \stackrel{=}{\text{ACF}} \begin{pmatrix} D_{11} \cdot (a_{11}+b_{11}) + \cdots + D_{1,j} \cdot (a_{j,1}+b_{j,1}) + \cdots + D_{1,\bar{n}} \cdot (a_{\bar{n},1}+b_{\bar{n},1}) & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & D_{\ell,1} \cdot (a_{1,\ell}+b_{1,\ell}) + \cdots + D_{\ell,j} \cdot (a_{j,\ell}+b_{j,\ell}) + \cdots + D_{\ell,\bar{n}} \cdot (a_{\bar{n},\ell}+b_{\bar{n},\ell}) & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & D_{\bar{N},1} \cdot (a_{\bar{N},\ell}+b_{\bar{N},\ell}) + \cdots + D_{\bar{N},j} \cdot (a_{j,\bar{N}}+b_{j,\bar{N}}) + \cdots + D_{\bar{N},\bar{n}} \cdot (a_{\bar{n},\bar{N}}+b_{\bar{n},\bar{N}}) & \cdots & \cdots \end{pmatrix}. \quad (3.45)
 \end{aligned}$$

Для правой части четвёртого соотношения в (3.41) запишем:

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & \cdots & D_{1,j} & \cdots & D_{1,\bar{n}} \\ D_{21} & D_{22} & \cdots & D_{2,j} & \cdots & D_{2,\bar{n}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ D_{\ell,1} & D_{\ell,2} & \cdots & D_{\ell,j} & \cdots & D_{\ell,\bar{n}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ D_{\bar{N},1} & D_{\bar{N},2} & \cdots & D_{\bar{N},j} & \cdots & D_{\bar{N},\bar{n}} \end{pmatrix} \times_{\text{ACF}} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1,\ell} & \cdots & a_{1,\bar{N}} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2,\ell} & \cdots & a_{2,\bar{N}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{j,1} & a_{j,2} & \cdots & a_{j,\ell} & \cdots & a_{j,\bar{N}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{\bar{n},1} & a_{\bar{n},2} & \cdots & a_{\bar{n},\ell} & \cdots & a_{\bar{n},\bar{N}} \end{pmatrix} \stackrel{=}{\text{ACF}} \\
 & \stackrel{=}{\text{ACF}} \begin{pmatrix} D_{11} \cdot a_{11} + \cdots + D_{1,j} \cdot a_{j,1} + \cdots + D_{1,\bar{n}} \cdot a_{\bar{n},1} & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & D_{\ell,1} \cdot a_{1,\ell} + \cdots + D_{\ell,j} \cdot a_{j,\ell} + \cdots + D_{\ell,\bar{n}} \cdot a_{\bar{n},\ell} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & D_{\bar{N},1} \cdot a_{\bar{N},\ell} + \cdots + D_{\bar{N},j} \cdot a_{j,\bar{N}} + \cdots + D_{\bar{N},\bar{n}} \cdot a_{\bar{n},\bar{N}} & \cdots & \cdots \end{pmatrix}, \text{ и} \quad (3.46)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & \cdots & D_{1,j} & \cdots & D_{1,\bar{n}} \\ D_{21} & D_{22} & \cdots & D_{2,j} & \cdots & D_{2,\bar{n}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ D_{\ell,1} & D_{\ell,2} & \cdots & D_{\ell,j} & \cdots & D_{\ell,\bar{n}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ D_{\bar{N},1} & D_{\bar{N},2} & \cdots & D_{\bar{N},j} & \cdots & D_{\bar{N},\bar{n}} \end{pmatrix} \times_{\text{ACF}} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1,\ell} & \cdots & b_{1,\bar{N}} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2,\ell} & \cdots & b_{2,\bar{N}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{j,1} & b_{j,2} & \cdots & b_{j,\ell} & \cdots & b_{j,\bar{N}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{\bar{n},1} & b_{\bar{n},2} & \cdots & b_{\bar{n},\ell} & \cdots & b_{\bar{n},\bar{N}} \end{pmatrix} \stackrel{=}{\text{ACF}}
 \end{aligned}$$

$$\stackrel{=ACF}{=} \begin{pmatrix} D_{1,1} \cdot b_{1,1} + \dots + D_{1,j} \cdot b_{j,1} + \dots + D_{1,\bar{n}} \cdot b_{\bar{n},1} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & D_{\ell,1} \cdot b_{1,\ell} + \dots + D_{\ell,j} \cdot b_{j,\ell} + \dots + D_{\ell,\bar{n}} \cdot b_{\bar{n},\ell} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & D_{\bar{N},1} \cdot b_{\bar{N},\ell} + \dots + D_{\bar{N},j} \cdot b_{j,\bar{N}} + \dots + D_{\bar{N},\bar{n}} \cdot b_{\bar{n},\bar{N}} & \dots \end{pmatrix}. \quad (3.47)$$

Суммируя результат выражений (3.46) и (3.47), вынося за круглые скобки элементы $D_{j,\ell}$, приходим к результату выражения (3.45). В результате аналогичных преобразований проверяется справедливость второй части четвертого соотношения в (3.41). Определив нулевой элемент, единицу (единичную матрицу объектов АСГ), обратный элемент для произвольной матрицы объекта АСГ [37, 73] и операции раздела 3.2, можно говорить о замкнутом поле Υ . Но указанные объекты не определены ввиду отсутствия их физической и технической значимости для телекоммуникационных систем.

Таким образом, анализ принятых допущений и предположений показывает, что разработанная матричная математическая модель АСГ корректна. Показанное свойство замкнутости кольца Υ позволяет говорить об алгебре операций 1...8, введённых в разделе 3.2.

Необходимо отметить, что модель преобразования сигналов в многоканальной системе, рис. 3.2, применима не только к SDH-системам. Матрицей устройства, расположенной в левой части, можно описать, например, оптическую призму в WDM-мультиплексоре, на вход которой поступают сигналы в пространственно распределённой области. Та же схема преобразования справедлива и для PDH-систем, в этом случае всему циклу уплотнения может быть поставлена в соответствие единственная матрица мультиплексирования (не считая операцию записи во входной буфер и посылки выходного сигнала в линейный тракт).

Таким образом, матричная схема преобразования по рис. 3.2 применима к любым многоканальным системам, в которых входные компонентные сигналы пространственно разнесены друг от друга.

Резюме

Существующая математическая модель многоканальных ВОСП [8], представленная в виде арифметического выражения суммирования и оператора разделения канальных сигналов, построена в предположении об идеальности аппаратуры мультиплексирования (демультиплексирования) и не позволяет отслеживать работоспособность волоконно-оптической системы передачи на протяжении назначенного ресурса, или прогнозировать влияние ошибки в групповом сигнале на низкоскоростные компонентные сигналы.

Разработанная матричная математическая модель многоканальной

системы передачи, представленная на примере формализованного описания алгоритма синхронного группообразования, заключается в матричном представлении массива объединяемых сигналов и передаточных функций, исполняющих преобразования аппаратных узлов. Модель позволяет учитывать физическое состояние (реальную передаточную характеристику) аппаратуры линейного тракта со временем или прогнозировать влияние ошибки в групповом сигнале на низкоскоростные компонентные сигналы. Кроме того, использование матричной математической модели АСГ даёт возможность прогнозировать возможное изменение критериев качества передачи в условиях воздействия влияющих факторов на аппаратуру линейного тракта и в конечном итоге адаптировать систему связи к конкретным условиям эксплуатации.

С целью наглядного представления предложенной матричной модели приведён пример формализованного описания процесса синхронного группообразования для распространённой телекоммуникационной задачи – объединения 63-х плезиохронных потоков Е1 в синхронный модуль STM-1. В задаче демультиплексирования показана возможность разделения модуля до требуемого уровня виртуального объекта – административного блока, группы или виртуального контейнера. Представленная задача интересна в случае формализованного описания разветвлённой SDH-сети.

Исследование принятых допущений и предположений показало, что разработанная матричная математическая модель МКС корректна. Основные ограничения заключаются в ограничении функциональных характеристик, на которые может влиять помеха, длительности влияющей помехи, требованиях к линейности системы и одинаковости возможной ДВИ для всех технических узлов мультиплексора. Если задать значения передаточных функций аппаратуры линейного тракта тождественно равными единице, то разработанная матричная модель переходит в известную.

Введённые арифметические операции с матрицами АСГ обладают свойством замкнутости на алгебраическом кольце.